Solucionario Aritmética 2.°

LÓGICA PROPOSICIONAL

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 8) Unidad 1

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. $\underbrace{(4+3=7)}_{V} \wedge \underbrace{(2+5=8)}_{F} \equiv F$

II. $\underbrace{(3+2<5)}_{F} \vee \underbrace{(2+4<8)}_{V} \equiv V$

III. $\underbrace{(3+4=7)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(3+4=8)}_{F} \equiv F$

Los valores de verdad serán: FVF

Clave D

5. $\underbrace{(p \Rightarrow \sim q)}_{F} \vee \underbrace{(\sim r \Rightarrow s)}_{F} \equiv F$

$\underbrace{p}_{V} \Rightarrow \underbrace{\sim q}_{F} \equiv F \qquad \underbrace{\sim r}_{V} \Rightarrow \underbrace{s}_{F} \equiv F$

$\sim q \equiv F \qquad \sim r \equiv V$

$q = V \qquad r = F$

Los valores de verdad de p, q, r y s respectivamente son: VVFF

Piden los de r, q y p: FVV

Clave A

Resolución de problemas

6.

p	q	(p	∨	~q)	⇒	(p	∧	q)
V	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	F	F	F

En la matriz principal existen combinaciones de V y F, entonces el esquema es contingente.

Clave B

7. Se tiene que p = V y q = F, entonces:

I. $\underbrace{\underset{F}{\sim p} \vee \underset{F}{q}}_{F}$

II. $\underbrace{\underset{V}{\sim q} \Leftrightarrow \underset{F}{\sim p}}_{F}$

III. $\underbrace{\underset{F}{q} \Rightarrow \underset{V}{p}}_{V}$

Clave D

8. p: 6 es un número par.

I. $\underbrace{\underset{V}{p} \vee \underset{F}{\sim p}}_{V}$

II. $\underbrace{\underset{F}{\sim p} \wedge \underset{V}{p}}_{F}$

Clave A

9. Por dato, $\sim p \Rightarrow q$ es falso, entonces:

$\sim p \Rightarrow q \equiv F$

$\downarrow \quad \downarrow$

$V \quad F$

(p = F)

Luego:

I. $\underbrace{\underbrace{(\underset{F}{p} \wedge \underset{F}{q})}_{F} \vee \underset{F}{p}}_{F}$

II. $\underbrace{\underbrace{(\underset{F}{p} \Rightarrow \underset{F}{q})}_{V} \Rightarrow \underset{F}{q}}_{F}$

Clave C

10.

p	q	(p	φ	q)	φ	(q	φ	~p)
V	V		V		V	V	V	F
V	F		V		V	F	V	F
F	V		F		F	V	V	V
F	F		V		V	F	F	V

Clave A

Nivel 2 (página 9) Unidad 1

Comunicación matemática

11.

12. I. Colombia es un país sudamericano.
Es una proposición lógica.

II. 13 es un número primo.
Es una proposición lógica.

III. ¿Cómo llegaste? (Es una pregunta)
No es una proposición lógica.

∴ Son proposiciones lógicas I y II.

Clave B

Razonamiento y demostración

13. I. $\underbrace{(3+7 \leq 10)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(4 \times 0 = 4)}_{F} \equiv F$

II. $\underbrace{(12+5<15)}_{F} \vee \underbrace{(5>-10)}_{V} \equiv V$

III. $\underbrace{(7 \times 1 = 7)}_{V} \wedge \underbrace{(12 \geq 9+3)}_{V} \equiv V$

∴ Son verdaderos II y III.

Clave B

14.

p	q	(~p	∧	q)	⇔	(p	∨	~q)
V	V	F	F	V	F	V	V	F
V	F	F	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	V	V

∴ El número de valores falsos en la matriz principal es 4.

Clave D

Resolución de problemas

15.

p	q	~	(p	⇒	~q)	⇔	(q	⇒	~p)
V	V	V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	F	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F	F	V	V

En la matriz principal existe combinaciones de F, entonces es una contradicción.

Clave C

16. Se tiene:

$\sim p \Leftrightarrow q \equiv F$, $\quad p \wedge q \equiv F$

Si $p = F : V \Leftrightarrow q \equiv F$, $\quad F \wedge F \equiv F$

$\qquad\qquad q \downarrow F$

Entonces: $p = F$ y $q = F$

Luego:

I. $\underbrace{\underbrace{\sim p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{F}}_{V}$

II. $\underbrace{\underbrace{p}_{F} \Rightarrow \underbrace{q}_{F}}_{V}$

III. $\underbrace{\underbrace{\sim q}_{V} \vee \underbrace{\sim p}_{V}}_{V}$

Clave E

17. Elaboramos la tabla de verdad:

p	q	(p	∧	~q)	⇒	(~p	∨	q)
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	F

Clave C

18. Elaboramos la tabla de verdad:

p	q	(p	⇒	~q)	∨	(q	⇔	p)
V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	V	F

Clave B

19.

p	q	(~p	∨	q)	⇔	(p	⇒	q)
V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	F

Por lo tanto en la matriz principal, hay 4 valores verdaderos.

Clave E

20. $p \Rightarrow q \equiv F$

$\Rightarrow p = V \quad$ y $\quad q = F$

I. $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q)$

$(F \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow V)$

$V \quad \wedge \quad V \equiv V$

II. $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$

$(V \wedge V) \Rightarrow (F \vee F)$

$V \quad \Rightarrow \quad F \equiv F$

Los valores de verdad serán: VF

Clave B

Nivel 3 (página 9) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

22.

I. El sol es la unidad monetaria del Perú.
Es una proposición lógica.

II. El violeta es un color secundario.
Es una proposición lógica.

III. ¿Dónde está Miguel Grau? (Es una pregunta).
No es una proposición lógica.

IV. 49 es un cubo perfecto.
Es una proposición lógica.

V. Buenos días. (No se puede afirmar o negar)
No es una proposición lógica.

Por lo tanto, hay 3 proposiciones lógicas.

Clave C

Razonamiento y demostración

23.

p	q	(p	∨	~q)	⇒	(p	∧	~q)
V	V	V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F	F	F	V

Por lo tanto, el n.° de valores verdaderos en la matriz principal es 2.

Clave C

24. $\underbrace{p}_{V} \Rightarrow \underbrace{(q \vee r)}_{F} \equiv F$

$\underbrace{q}_{F} \vee \underbrace{r}_{F} \equiv F$

Luego:

p = V, q = F, r = F.

I. p es necesariamente verdadero. (V)

II. q es siempre verdadero. (F)

III. r es verdadero. (F)

Se puede afirmar solo I.

Clave A

Resolución de problemas

25. $\underbrace{(p \wedge q)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(r \vee t)}_{F} \equiv F$

$p \wedge q \equiv V$ $\quad$ $r \vee t \equiv F$

$p \downarrow V,\ q \downarrow V$ $\quad$ $r \downarrow F,\ t \downarrow F$

∴ Son verdaderas: p y q

Clave B

26. Elaboramos la tabla de verdad:

p	q	r	[(p	⇒	~q)	∧	r]	⇔	(p	△	q)
V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V	V	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	V	V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	F

∴ 5 – 3 = 2

Clave B

27. I.

p	q	(p	⇒	~q)	∧	(q ∧ p)
V	V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F	F

Luego, I es contradictorio (F).

II.

p	q	[(q ⇒ p)	∧	(~q	△	p)]	∧	~p
V	V	V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	F	V	F	V	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V

Luego, II es contingente (C).

III.

p	q	[p	⇒	(~q	∧	p)]	∨	[((p	⇔	q)	∨	q)	∧	q
V	V	V	F		F		V		V		V	V	V	V
V	F	V	V		V		V		F		F	F	F	F
F	V	F	V		F		V		F		V	V	V	V
F	F	F	V		F		V		V		V	F	F	F

Luego, III es tautológica (T).

Por lo tanto, los esquemas mostrados son FCT.

Clave B

28. $\underbrace{(p \wedge \sim t)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(p \Rightarrow r)}_{F} \equiv F$

$\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim t}_{V} \equiv V$ $\quad$ $\underbrace{p}_{V} \Rightarrow \underbrace{r}_{F} \equiv F$

$\sim t \equiv V$

$t = F$

p = V, r = F, t = F.

I. $(p \Leftrightarrow t) \wedge \sim r$

$\underbrace{(V \Leftrightarrow F)}_{F} \wedge V$

$F \wedge V \equiv F$

II. $(\sim r \vee p) \Rightarrow (\sim t \wedge r)$

$\underbrace{(V \vee V)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(V \wedge F)}_{F}$

$V \Rightarrow F \equiv F$

∴ FF

Clave D

29. $\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(p \Rightarrow r)}_{F} \equiv F$

$\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V} \equiv V$ y $\underbrace{p}_{V} \Rightarrow \underbrace{r}_{F} \equiv F$

$\sim q \equiv V$

Luego:

p = V, q = F, r = F.

I. (V) $\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{q}_{F}$ $\quad V \wedge F \equiv F$

II. (V) $\underbrace{r}_{F} \Rightarrow \underbrace{q}_{F}$ $\quad F \Rightarrow F \equiv V$

III. (V) $\underbrace{\sim q}_{V} \vee \underbrace{p}_{V}$ $\quad V \vee V \equiv V$

Clave D

30. $\underbrace{\text{Si Carlos no es abogado}}_{\sim q}$ $\underbrace{\text{y}}_{\wedge}$

$\underbrace{\text{no es cierto que Luis es doctor,}}_{\sim p}$ $\underbrace{\text{entonces}}_{\Rightarrow}$

$\underbrace{\text{Luis no es doctor}}_{\sim p}$ $\underbrace{\text{o}}_{\vee}$ $\underbrace{\text{Pedro es ingeniero.}}_{r}$

La forma simbólica será:

$(\sim q \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim p \vee r)$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 13) Unidad 1

Comunicación matemática

1. Tenemos:

$A = \{m; \{m\}; \varnothing; \{\varnothing\}\}$

Luego:

I. $\{m\} \in A$ [V]

II. $\varnothing \subset A$ [V]

III. $\{\varnothing\} \in A$ [V]

IV. $\{m; \varnothing\} \in A$ [F]

2. Tenemos:

$B = \{a; m; \{m; n\}; \{a; m; p\}\}$

I. $m \notin B$ [F]

II. $\{m; n\} \in B$ [V]

III. $a \subset B$ [F]

IV. $\{a; m; p\} \subset B$ [F]

3. Tenemos:

$A = \{11; 12; 13; 14; 15\}$; $B = \{12; 13\}$

a) $A \cap B = \{12; 13\} = B$

b) $A = \{x / x \in \mathbb{N};\ 10 < x < 16\}$

c) $n(A \cup B) =$ [5]

d) $n(B) =$ [2]

Razonamiento y demostración

4. $A = \{1; 2; \{3; 4\}; \{\{5\}\}; \{\{\{6\}\}\}\}$

$\varnothing \subset A$ ...(V)

$2 \in A$ ...(V)

$\{5\} \subset A$ ...(F)

$\{\{5\}\} \subset A$ ...(F)

$\{\{\{5\}\}\} \subset A$ ...(V)

$\{\{\{6\}\}\} \subset A$ ...(F)

$\therefore$ 3 son verdaderas

Clave A

5. Tenemos:

$5a < 2a + 12$

$3a < 12$

$a < 4$

→ 0; 1; 2; 3

$\Rightarrow a + 7$: 7; 8; 9; 10

Luego:

$G = \{7; 8; 9; 10\}$

a) [F] b) [V] c) [V] d) [V]

Resolución de problemas

6. $Q = \{x / x \in \mathbb{Z}^+;\ -2 < x < 6\}$

$Q = \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow n(Q) = 5$

Piden: $n[P(Q)] = 2^{n(Q)} = 2^5 = 32$

$\therefore\ n[P(Q)] = 32$

Clave D

7. $M = \{a + b; 12\}$

$N = \{a - b; 6\}$

Por ser conjuntos unitarios se cumple:

$a + b = 12 \ \wedge\ a - b = 6$

Resolviendo: $a = 9 \wedge b = 3$

Clave A

8. $P = \{x^2 + 3; 28\}$

$R = \{y + 5; 12\}$

Por ser conjuntos unitarios se cumple:

$\Rightarrow x^2 + 3 = 28 \quad \wedge \quad y + 5 = 12$

$x^2 = 25 \qquad y = 7$

$x = 5$

Piden: $x - y = 5 - 7 = -2$

Clave B

9. Si: $n(A) = 2$

$\Rightarrow n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^2 = 4$

El conjunto P(A) tiene 4 elementos.

$\Rightarrow$ El conjunto P(P(A)) tendrá:

$n[P(P(A))] = 2^{n[P(A)]} = 2^4 = 16$

$\therefore\ n[P(P(A))] = 16$

Clave E

10. $M = \{...; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; ...\}$

$N = \{...; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10; ...\}$

I. $M \cap N = \{0\}$ (F), $M \cap N = \varnothing$

II. $M^c = N$ (V)

III. $M \cup N \in \mathbb{Z}^+$ (F), $M \cup N \subset \mathbb{Z}$

Clave E

Nivel 2 (página 14) Unidad 1

Comunicación matemática

11. Tenemos:

$A = \{2; \{2; 4\}; \{\{1; 4\}\}; \{\{\{6\}\}\}\}$

Luego:

I. $\varnothing \in A$ [F]

II. $4 \in A$ [F]

III. $5 \notin A$ [V]

IV. $\{2; 4\} \in A$ [V]

12. Tenemos:

$A = \{1; 4, 9\}$

$B = \{4; 5; 6\}$

Luego:

a) $A = \{x^2 / x \in \mathbb{N};\ 1 \leqslant x \leqslant 3\}$

$B = \{x / x \in \mathbb{N};\ 4 \leqslant x \leqslant 6\}$

b) $A \cap B = \{4\}$

c) $n(B) =$ [3]

d) $n(A \cup B) =$ [5]

Razonamiento y demostración

13. Determinamos por extensión a los conjuntos A y B:

$A = \left\{\frac{1}{5}; \frac{4}{5}; \frac{7}{5}; 2\right\}$

$B = \{2\}$

Luego:

a) [F] b) [F] c) [F] d) [V]

14. Tenemos que $a \neq b$, entonces:

$A = B = \{a; b\}$

Luego:

I. $A \cup B \neq A \cap B$ [F]

II. $A = B$ [V]

III. $A^c \neq B^c$ [F]

IV. $A \subset B$ [V]

Resolución de problemas

15. $M = \{1; 2; 3; 4;...\}$

$N = \{...; -4; -3; -2; -1\}$

I. $M \cap N = \{0\}$ (F), $M \cap N = \varnothing$

II. $M^c = N$ (F), $M^c = \{0\} \cup N$

III. $M \cup N \in \mathbb{Z}^+$ (F), $M \cup N \subset \mathbb{Z}$

Clave D

16. Dato: $A \subset B \subset C$

$n(B) = n(A) + 5$

$n(C) = 2 \times n(B)$

$n(A) + n(B) + n(C) = 27$

Sea:

$n(A) = a$

$n(B) = b$

$n(C) = c$

$\Rightarrow b = a + 5$

$a = b - 5$

$\Rightarrow c = 2b$

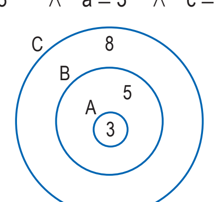
$a + b + c = 27$

$4b - 5 = 27$

$b = 32$

$b = 8$

$\Rightarrow b = 8 \quad \wedge \quad a = 3 \quad \wedge \quad c = 16$



Del gráfico:

$n(C - B) = 8$

$n[P(C - B)] = 2^8$

$\therefore\ n[P(C - B)] = 256$

Clave C

17. Datos:

- $n(A - B) = 2$
- $n[P(B - A)] = 16$

$\Rightarrow 2^{n(B - A)} = 2^4$

$n(B - A) = 4$

- $n[P(A \cup B)] = 256$

$\Rightarrow 2^{n(A \cup B)} = 2^8$

$n(A \cup B) = 8$

Sabemos:

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A - B) + n(B - A)$

$8 - n(A \cap B) = 2 + 4$

$n(A \cap B) = 2$

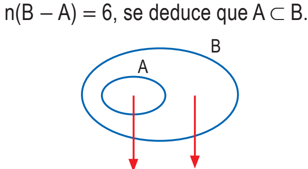
Piden:

$n[P(A \cap B)] + n(A \cap B)$

$= 2^{n(A \cap B)} + 2 = 2^2 + 2 = 6$

Clave D

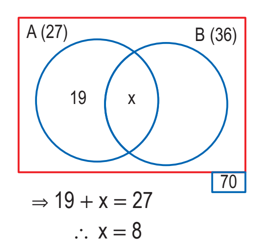
18. Como A y B son comparables y por dato $n(B - A) = 6$, se deduce que $A \subset B$.



Además, del enunciado:
$n(A \cup B) = 9$
$x + 6 = 9 \Rightarrow x = 3$
$\therefore\ n(A) = 3$

Clave C

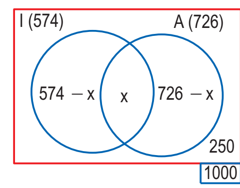
19. $n(U) = 70$
$n(A^C) = 43 \Rightarrow n(A) = n(U) - n(A')$
$n(A) = 70 - 43$
$n(A) = 27$
$n(B^C) = 34 \Rightarrow n(B) = n(U) - n(B')$
$n(B) = 70 - 34$
$n(B) = 36$
Además: $n(A - B) = 19$



$\Rightarrow 19 + x = 27$
$\therefore\ x = 8$

Clave A

20.



$\Rightarrow\ 574 - x + x + 726 - x + 250 = 1000$
$1550 - x = 1000$
$550 = x$

Clave A

Nivel 3 (página 14) Unidad 1

Comunicación matemática

21. Tenemos:
$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
$B = \{0; 1; 2\}$
$C = \{5; 7; 8\}$
a) $A = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 6\}$
b) $n(A) =$ 7
c) $B = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x < 3\}$
d) $n(C) =$ 3

22. $B = \{0; 1; 2; 3\}$
$A = \varnothing$
a) $n(A) + n(B) = 0 + 4 = 4$
b) $B = \{x / x \in \mathbb{N}; x < 4\}$
c) $A = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge 2x = 3\}$
d) $B \cap U = B = \{0; 1; 2; 3\}$

Razonamiento y demostración

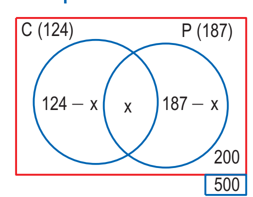
23. Por dato:
n.° subconjuntos propios de $A = 2^{n(A)} - 1$
Entonces:
$15 = 2^{n(A)} - 1$
$16 = 2^{n(A)}$
$\Rightarrow\ n(A) = 4;\ n[P(A)] = 2^4 = 16$
Por lo tanto, la afirmación incorrecta es $n[P(A)] = 8$.

Clave D

24. I. (V)
Como $A = B$, $a; b \in \mathbb{Z}^+$ entonces $a \neq 2a \neq 4a$
$a = 3 \wedge 2b = 6$
$b = 3$
Luego:
$a + b = 6$
II. (F)
$n(A) = 3$
III. (V)
De (I): $a = 3 = b$
IV. (F)

Resolución de problemas

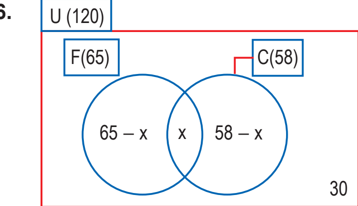
25.



$\Rightarrow 124 - x + x + 187 - x + 200 = 500$
$511 - x = 500$
$11 = x$

Clave D

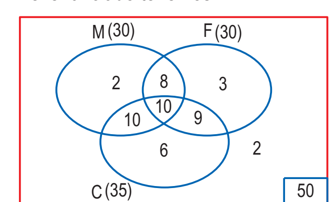
26.



Luego:
$30 + 65 + 58 - x = 120$
$\therefore\ x = 33$

Clave E

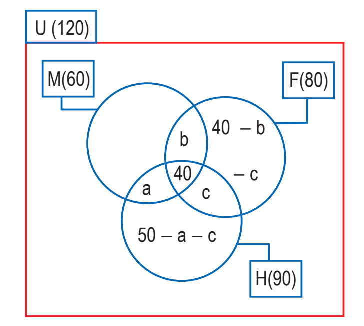
27. Del enunciado tenemos:



Se observa que 2 no aprueban ningún curso.

Clave C

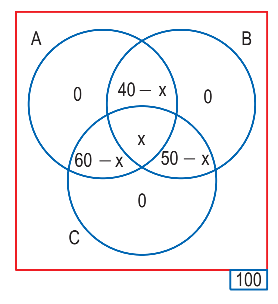
28.



Dato: todos aprobaron por lo menos 1 curso.
$\Rightarrow 120 = 60 + 90 - b - c - a$
$\therefore\ a + b + c = 30$

Clave B

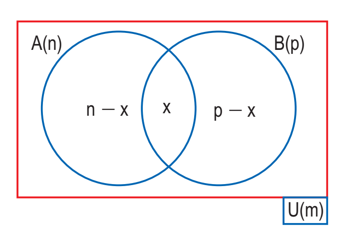
29.



$\Rightarrow 40 - x + 60 - x + 50 - x + x = 100$
$150 - 2x = 100$
$50 = 2x$
$25 = x$
$\therefore$ Hay 25 personas que leen las 3 revistas.

Clave C

30. En el salón hay m alumnos.
Los conjuntos A y B son los cursos.



$n - x + x + p - x = m$
$x = n - m + p$
Piden los que prefieren solo A:
$n - x = n - (n - m + p)$
$n - x = m - p$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 18) Unidad 1

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. (V)

$\overline{aaaa}_{(b)} = b^4 - 1$

$\overline{aaaa}_{(b)} = \overline{(b-1)(b-1)(b-1)(b-1)}_{(b)}$

$a = b - 1$

II. (F)

$11_{12_{13}} = 10 + 1 + 2 + 3 = 16 = 4^2 \neq 4^3$

III. (V)

V. R. $(2) = 2 \times 10$

$= 4 \times 5$

$=$ V. A.$(4) \times$ V. A. (5)

Clave A

5. De la expresión:

$\overline{\underset{40}{a}(\underset{-b}{a-3})(a-3)}_{(n)} = \overline{mn(2m)}_{(6)}$

Se observa:

$a \geq 3$

m: 1; 2

$n < 6$

Luego:

I. F   II. F   III. V

Clave C

Resolución de problemas

6. $\overline{ab} = 88_{(9)}$

$\overline{ab} = 9(8) + 8$

$\overline{ab} = 80$

Piden: $a + b = 8 + 0 = 8$

Clave C

7. $110_{(5)} = \overline{ab}$

$5^2(1) + 5(1) + 0 = \overline{ab}$

$25 + 5 = \overline{ab} = 30$

$\therefore a = 3 \ \wedge \ b = 0$

Piden: $a + b = 3 + 0 = 3$

Clave B

8. $202_{(3)} = \overline{pq}$

$3^2(2) + 3(0) + 2 = \overline{pq}$

$18 + 2 = \overline{pq}$

$20 = \overline{pq} \Rightarrow p = 2 \ \wedge \ q = 0$

Piden: $p^2 + q^2 = 2^2 + 0^2 = 4$

Clave C

9. $130_{(7)} = \overline{mn}$

$7^2(1) + 7(3) + 0 = \overline{mn}$

$49 + 21 = \overline{mn} \Rightarrow \overline{mn} = 70$

$\therefore m = 7 \ \wedge \ n = 0$

Piden: $m + n^2 = 7 + 0^2 = 7$

Clave B

10. $46_{(n)} = 74$

$4n + 6 = 74$

$4n = 68$

$\therefore n = 17$

Clave C

Nivel 2 (página 18) Unidad 1

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. I. (V)

Si el numeral $\overline{1a(a^2)(a^3)}_{(2a^2)}$ está bien escrito, entonces:

$a^3 < 2a^2$

$a < 2$

$\Rightarrow a = 1; (2a^2 \geq 2)$

II. (F)

$\left(\overline{1a}_{10_{(n)}}\right)^2 = (n + a)^2 \neq (2n + a)^2$

III. (V)

$\overline{ma}_{(2)} = \overline{1a}_{(2)}; 0 < \underset{\downarrow \atop 1}{m} < 2$

$\overline{mb}_{(2)} = \overline{1b}_{(2)};$

Luego:

$\overline{1a}_{(2)} + \overline{1b}_{(2)} = 2 + a + 2 + b = 4 + a + b$

14. Se observa que n puede ser 0 ó 1.

Si: $n = 0$

$10_{10_{10_{(2)}}} = 2$ (no cumple)

Si: $n = 1$

$32_{11_{11_{(2)}}} = 32_{2+2} = 32_{(4)} = 14$ (sí cumple)

Luego:

I. F   II. V   III. F

Clave B

Resolución de problemas

15. $53_{(a)} = 48$

$5a + 3 = 48$

$5a = 45$

$a = 9$

Piden: $a^3 + 1 = 9^3 + 1 = 730$

Clave E

16. $10 = \overline{a3}_{(4)} - 1$

$11 = 4a + 3$

$8 = 4a$

$\therefore a = 2$

Clave A

17. $\overline{n5}_{(6)} = 29$

$6n + 5 = 29$

$6n = 24$

$\therefore n = 4$

Clave E

18. $1101_{(2)} = \overline{ab}$

$2^3(1) + 2^2(1) + 2(0) + 1 = \overline{ab}$

$8 + 4 + 1 = \overline{ab}$

$13 = \overline{ab}$

$\Rightarrow a = 1 \ \wedge \ b = 3$

Piden:

$a + b = 1 + 3 = 4$

Clave A

19. $\overline{nn}_{(9)} = 80$

$9n + n = 80$

$10n = 80$

$\therefore n = 8$

Clave D

20. $\overline{2ab} + \overline{ba} + 7 = \overline{31a}$

$(200 + 10a + b) + (10b + a) + 7 = 310 + a$

$207 + 11a + 11b = 310 + a$

$\underset{\downarrow \atop 3}{11b} + \underset{\downarrow \atop 7}{10a} = 103$

$\Rightarrow a = 7 \ \wedge \ b = 3$

Piden:

$a^2 - b^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$

Clave A

Nivel 3 (página 19) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

22. Se observa:

$3 < a < c; b < c; c < 7$

Además:

$\overline{aa}_{(c)} < \overline{ba}_{(c)}$

$a \times c < b \times c$

$a < b$

Luego:

$3 < \underset{\downarrow \atop 4}{a} < \underset{\downarrow \atop 5}{b} < \underset{\downarrow \atop 6}{c} < 7$

Nos piden:

$a + b + c = 4 + 5 + 6 = 15$

Clave E

Razonamiento y demostración

23. I. V

$m^2 \times \sqrt{\overline{ab}} = 2200_{(m)}$

$m^2 \times \sqrt{\overline{ab}} = 22_{(m)} \times m^2$

$\sqrt{\overline{ab}} = 22_{(m)}$

$\overline{ab} = (2m + 2)^2$

Sabemos que $m > 2$; además, para que $(2m + 2)^2$ sea de dos cifras, m solo puede ser igual a 3.

$\overline{ab} = (2(3) + 2)^2 = 64$

II. V

$\overline{1(2b)(b^2)}_{(a)} = a^2 + (2b) \times a + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$= (a + b)^2$

Se sabe que $a > 2$ y que b puede ser igual a cero, entonces:

$(a + b)^2 = (a + 2b)^2$

$a^2 = a^2$

III. V

$\overline{b(\overline{ab}_{(2)})}_{(7)} = \overline{n0n}_{\overline{ab}_{(2)}}$

Se observa:

$0 < b < 2$ y $0 < a < 2$ $\Rightarrow b = a = 1$

Luego:

$\overline{1(11_{(2)})}_{(7)} = \overline{n0n}_{11_{(2)}}$

$13_{(7)} = \overline{n0n}_{(3)}$

$10 = 9n + n$

$10 = 10n$

$\Rightarrow n = 1$

Se cumple

$a^2 + b^2 = 1 + 1 = 2 = n^2 + 1$

24. I. V

$[\overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} + 1]^2 =$

$[\overline{(m-1)(m-1)}_{(m)} + 1]^3$

$[(n^3 - 1) + 1]^2 = [(m^2 - 1) + 1]^3$

$(n^3)^2 = (m^2)^3$

$n^6 = m^6$

$\Rightarrow n = m$

II. F

Por dato, el conjunto A es unitario, entonces:

$56_{(n)} = \overline{aab}_{(4)} = 65_{(n-1)}$

Luego:

$56_{(n)} = 65_{(n-1)}$

$5n + 6 = 6(n - 1) + 5$

$5n + 6 = 6n - 1$

$7 = n$

Entonces: $\overline{aab}_{(4)} = 41 = 221_{(4)}$

Por lo tanto: $a + b = 2 + 1 = 3$

III. V

$\overline{ab} \times \overline{ba}_{(n)} = 169$

$\overline{ab} \times \overline{ba}_{(n)} = 13 \times 13$

$a = 1 \quad \wedge \quad b = 3$

Luego:

$31_{(n)} = 13$

$3n + 1 = 13$

$n = 4$

Por lo tanto:

$n^2 + a^2 + b^2 = 4^2 + 1^2 + 3^2 = 26$

Resolución de problemas

25. $\overline{x01}_{(5)} = 203_{(7)}$

A base 10:

$x \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 1 = 2 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 3$

$25x + 1 = 98 + 3$

$25x = 100$

$\therefore x = 4$

Clave B

26. $\overline{n53}_{(7)} = \overline{1n1n}_{(5)}$

A base 10:

$n \cdot 7^2 + 5 \cdot 7 + 3 = 1 \cdot 5^3 + n \cdot 5^2 + 1 \cdot 5 + n$

$49n + 35 + 3 = 125 + 25n + 5 + n$

$49n + 38 = 130 + 26n$

$49n - 26n = 130 - 38$

$23n = 92$

$\therefore n = 4$

Clave E

27. $235_{(7)}$ a base 3:

$235_{(7)} = 2 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7 + 5 = 124$

124 a base 3:

124	3			
(1)	41	3		
	(2)	13	3	
		(1)	4	3
			(1)	(1)

$\therefore 235_{(7)} = 11121_{(3)}$

Clave E

28. $\overline{aa0}_{(5)} = 30$

$5^2(a) + 5(a) = 30$

$25a + 5a = 30$

$30a = 30 \Rightarrow a = 1$

Piden:

$E = a^3 + a^2 - a = 1^3 + 1^2 - 1 = 1$

Clave E

29. $\overline{ba} + 21_{(3)} = \overline{11a} - \overline{ab}$

$11b + 10a = 103$

↓ ↓

3 7

$\Rightarrow a = 7 \quad \wedge \quad b = 3$

Piden:

$a^2 - b^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$

Clave A

30. $\overline{3yy}_{(9)} = \overline{(y+1)(y+1)3}_{(7)}$

A base 10:

$3 \cdot 9^2 + y \cdot 9 + y = (y + 1) \cdot 7^2 + (y + 1)7 + 3$

$243 + 10y = 49y + 49 + 7y + 7 + 3$

$243 + 10y = 56y + 59$

$56y - 10y = 243 - 59$

$46y = 184$

$\therefore y = 4$

Clave C

31. $125_{(6)} = 104_{(n)}$

$1 \times 6^2 + 2 \times 6 + 5 = n^2 + 4$

$53 = n^2 + 4$

$49 = n^2$

$\Rightarrow n = 7$

Clave B

32. $\overline{ppp}_{(3)} + \overline{qq}_{(4)} = 111_{(5)}$

$p \times 111_{(3)} + q \times 11_{(4)} = 111_{(5)}$

$13p + 5q = 31$

↓ ↓

2 1

Piden: $p^2 - q^3 = 4 - 1 = 3$

Clave B

33. $\overline{pr}_{(a)}$; $\overline{aab}_{(c)}$; $\overline{4abc}_{(5)}$; $\overline{1a}_{(b)}$

$1 < a < b < c < 5$

↓ ↓ ↓

2 3 4

Piden: $2 + 3 + 4 = 9$

Clave B

34. $\overset{+}{164}_{\underset{-}{(n)}} = \overline{\overset{-}{13(m-1)}}_{\underset{+}{(m)}}$

$6 < n < m$

$\overline{13(m-1)}_{(m)} = 115_{(9)}$

$\Rightarrow 6 < n < m < 9$

$\quad\quad\downarrow\quad\downarrow$

$\quad\quad 7 \quad 8$

Piden: $n^2 + m = 49 + 8 = 57$

Clave A

35. $\overline{m(m+1)(m+3)}_{(5)} = \overline{abc}_{(m+3)}$

$m + 3 < 5$

$0 < m < 2$

$\quad\downarrow$

$\quad 1$

$\Rightarrow 124_{(5)} = 39 = \overline{abc}_{(4)}$

$\Rightarrow \overline{abc}_{(4)} = 213_{(4)}$

$a = 2;\ b = 1;\ c = 3$

Piden: $a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$

Clave E

36. $\overline{\overset{+}{n}54}_{\underset{-}{(x)}} = \overline{\overset{-}{n30}}_{\underset{+}{(9)}}$

$5 < x < 9;\ \ n < 9$

$\quad\ \ \llcorner\!\rightarrow 6;\ 7;\ 8$

$nx^2 + 5x + 4 = 81n + 27$

$nx^2 + 5x = 81n + 23$

$5x = n(81 - x^2) + 23 \Rightarrow n = \dfrac{5x - 23}{81 - x^2}$

• $x = 6$: $\dfrac{7}{45} = n \notin \mathbb{Z}^+$

• $x = 7$: $\dfrac{12}{32} = n \notin \mathbb{Z}^+$

• $x = 8$: $\dfrac{17}{17} = n \in \mathbb{Z}^+$

Clave C

37. $156_{(a)} = a^2 + 5a + 6 = (a+3)(a+2) = \overline{(a+2)0}_{(a+3)}$

Por dato:

$a + 2 = 9$

$a = 7$

Piden: $a^2 + 1 = 50$

Clave C

38. $\overline{1a1}_{(b)} + \overline{2b}_{(c)} + \overline{xxxx}_{(a)} = \overline{def}_{(5)}$

$1 < a < b < c < 5$

$\quad\ \ \downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$

$\quad\ \ 2\quad 3\quad 4$

$121_{(3)} + 23_{(4)} + 1111_{(2)} = \overline{def}_{(5)}$

$16 + 11 + 15 = \overline{def}_{(5)}$

$42 = \overline{def}_{(5)}$

$132_{(5)} = \overline{def}_{(5)}$

$d = 1;\ e = 3;\ f = 2$

Piden: $1^2 + 3 + 2 = 6$

Clave D

39. $p^3 - 1 = 508_{(12)}$

$p^3 - 1 = 728$

$p^3 = 729$

$p = 9$

Clave D

40. $\overline{xyxy} + 79\overline{xy} = 4140$

$101\overline{xy} + 79\overline{xy} = 4140$

$180\overline{xy} = 4140$

$\overline{xy} = 23$

$\therefore\ \overline{xyxy} = 2323$

Clave B

41. $143_{(10)_{(11)}} + 2 = 1441_{(11)}$

Clave C

42. $\overline{ab}_{(5)} + a + b = 28;\ a;\ b < 5$

$6a + 2b = 28$

$3a + b = 14$

$\downarrow\quad\downarrow$

1 11 ✗

2 8 ✗

3 5 ✗

4 2 ✓

Piden:

$2 \times 4 = 8 = 1000_{(2)}$

Clave E

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 23) Unidad 1

Comunicación matemática

1.

2.

$$\begin{array}{r} \overline{cba}\ + \\ 321 \\ \hline \overline{ba9} \end{array}$$

$a + 1 = 9 \Rightarrow a = 8$

$b + 2 = 8 \Rightarrow b = 6$

$c + 3 = 6 \Rightarrow c = 3$

Luego:

I. $a + b + c = 8 + 6 + 3 = 17$

II. $\overline{ab} - \overline{cc} = 86 - 33 = 53$

III. $(\overline{1c})^{a-b} = 13^2 = 169$

3. I. $16 * 10 + 17 * 18 = 1160 + 1178 = 2338$

II. $\dfrac{10 * 10}{100} = \dfrac{1100}{100} = 11$

III. C. A. $(20 * 30)$ = C.A. (3200) =

$= 10\,000 - 3200 = 6800$

Razonamiento y demostración

4. $\overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc} + \overline{dd} = 44$

$\Rightarrow a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$

Luego:

$a \times 11 + b \times 11 + c \times 11 + d \times 11 = 44$

$11(a + b + c + d) = 44$

$a + b + c + d = 4$

$\downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow$

$1\ \ \ 1\ \ \ 1\ \ \ 1$

Por lo tanto:

I. F II. F III. V

5. Del enunciado:

$\overbrace{\overline{2pq}; \ldots; \overline{ba} - r}^{k \text{ términos}}; \overline{ba}; \ldots; \overline{2ab}$

$\underbrace{\overline{2pq}; \ldots; \overline{ba}}_{(k-1) \text{ términos}} - r; \underbrace{\overline{ba}; \ldots; \overline{2ab}}_{k \text{ términos}}$

Donde $b > a$, entonces:

$\dfrac{\overline{ba} - \overline{2pq}}{r} + 1 = \dfrac{\overline{2ab} - \overline{ba}}{r} + 1$

$\overline{ba} - \overline{2pq} = \overline{2ab} - \overline{ba}$

$\overline{2ba} - \overline{2ab} = 2 \times \overline{pq}$

$\overline{ba} - \overline{ab} = \overline{pq}$ $(b > a)$

Luego:

I. V

$p + q = 9$

II. F

$(b - 1) - a = p$ $b - a - 1 = p$

III. V

$t_n = 2(54) + 12(n - 1) = 96 + 12n$

Resolución de problemas

6. $x + y + z = 17$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 111 \\ \overline{xyxy}\ + \\ \overline{zxyz} \\ \overline{yzzx} \\ \hline 18887 \end{array}$$

Clave A

7. $M + S + D = 400$

$\Rightarrow 2M = 400$

$M = \dfrac{400}{2}$

$\therefore M = 200$

Clave B

8.

$$\left.\begin{array}{r} 7 \\ 77 \\ 777 \\ 7777 \\ \vdots \\ (57 \text{ cifras}) \rightarrow 7\ldots7777 \end{array}\right\} 57 \text{ sumandos}\ +$$

$$\overline{\ldots abc}$$

En las unidades: $7 \times 57 = 399$

$\Rightarrow$ Colocamos 9 y llevamos 39 $\Rightarrow c = 9$

En las decenas: $39 + \underbrace{7 . 56}_{56 \text{ sumandos}} = 431$

$\Rightarrow$ Colocamos 1 y llevamos 43 $\Rightarrow b = 1$

En las centenas: $43 + \underbrace{7 \times 55}_{55 \text{ sumandos}} = 428$

$\Rightarrow$ Colocamos 8 y llevamos 42 $\Rightarrow a = 8$

Piden: $a . b . c = 8 . 1 . 9 = 72$

Clave D

9. $\overline{xyz} - \overline{zyx} = \overline{4ab}$

Por propiedad: $a = 9$

$4 + b = 9 \Rightarrow b = 5$

Piden:

$a^2 + b^2 = 9^2 + 5^2 = 106$

Clave B

10. $\overline{11a} + \overline{22a} + \overline{33a} + \ldots + \overline{99a} = \overline{d(c-4)b3}$

$\underbrace{(110 + a) + (220 + a) + (330 + a) + \ldots + (990 + a)}_{9 \text{ sumandos}} = \overline{d(c-4)b3}$

$110(1 + 2 + 3 + \ldots + 9) + 9(a) = \overline{d(c-4)b3}$

$110\left(\dfrac{9 . 10}{2}\right) + 9(a) = \overline{d(c-4)b3}$

$4950 + 9a = \underbrace{\overline{d(c-4)b3}}$

$\downarrow$

7 termina en 3

$\Rightarrow 4950 + 9(7) = \overline{d(c-4)b3}$

$5013 = \overline{d(c-4)b3}$

$\Rightarrow d = 5;$ $c = 4;$ $b = 1$

Piden:

$a + b + c + d = 7 + 1 + 4 + 5 = 17$

Clave C

Nivel 2 (página 23) Unidad 1

Comunicación matemática

11. Como:

$$\begin{array}{r} \overline{a0c}\ - \\ \overline{c0a} \\ \hline \overline{xyz} \end{array}$$

Entonces:

I. $y = 9$

II. $x + z = 9$

III. SI $x = 1$, entonces $a - c = 1 + 1 = 2$

$(a - c = x + 1)$

12.

$$\begin{array}{rrrr} & & \boxed{8} & 3\ \times \\ & & 4 & 7 \\ \hline & \boxed{5} & \boxed{8} & \boxed{1} \\ 3 & 3 & \boxed{2} & \\ \hline \boxed{3} & \boxed{9} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{array}$$

I. $581 + 332 = 913$

II. $3 + 9 + 1 = 13$

III. $8 \times 3 = 24$

Razonamiento y demostración

13. $\overline{ba7} + \overline{mn} = \overline{7ab}$

$\Rightarrow \overline{7ab} - \overline{ba7} = \overline{mn}, b < 7$

Luego:

$m = 9; n = 9; (7 - 1) - b = 0$

$b = 6$

Por lo tanto

I. V

II. F

III. V

14. $\underbrace{p + p + p + \ldots + p}_{m \text{ veces}} = \overline{ab0}_{(m)}$

$pm = \overline{ab}_{(m)} \times m$

$p = \overline{ab}_{(m)}$

Luego:

I. V

$p = \overline{ab}_{(m)} \Rightarrow 10_{(m)} \leq p \leq \overline{(m-1)\,(m-1)}_{(m)}$

1 0 $\quad m \leq p \leq m^2 - 1$

2 1

⋮ ⋮

$(m-1)\,(m-1)$

$(m-1) \times m = m^2 - m$

II. V

$10_{(m)} \leq p \leq \overline{(m-1)\,(m-1)}_{(m)}$

$10_{(m)} = \overline{ab}_{(m)} (p = m)$

$\Rightarrow a = 1; b = 0$

Luego:

$1 + 2 + 3 + ... + 19 = \frac{19.20}{2} = 190$

III. F

$\overline{ab}_{(m)} = 10_{(m)} \Rightarrow 0^1 = 0$

Resolución de problemas

15. $\overline{abcd} \times$

$\underline{\quad 95}$

---- → $5.\overline{abcd}$

---- → $9.\overline{abcd}$

Por dato:

$9.\overline{abcd} - 5.\overline{abcd} = 15\,372$

$4\overline{abcd} = 15\,372$

$\overline{abcd} = 3843$

$\Rightarrow a = 3; \quad b = 8; \quad c = 4; \quad d = 3$

Piden:

$(a + b) - (c + d) = (3 + 8) - (4 + 3) = 4$

Clave C

16. $D \,\underline{|13}$ $\quad$ Por dato: $r = \underbrace{r_{mín.}}$

$r \quad 27$ $\qquad\qquad\qquad\quad r = 1$

$\Rightarrow D = dq + r$

$D = (13)(27) + 1 = 352$

Clave C

17. $CA(\overline{xyy}) = \overline{y(y+1)(x+1)}$

Empleando el método práctico:

$9 - x = y \qquad ...(I)$

$9 - y = y + 1 \Rightarrow 8 = 2y \Rightarrow y = 4$

Si: $y = 4$, en (I): $9 - x = 4 \Rightarrow x = 5$

Piden:

$x \,.\, y = 5 \,.\, 4 = 20$

Clave A

18. $\overline{abcd} \times 7 = \overline{e5543}$

↓

2

$\overline{abcd} = \frac{25\,543}{7}$

$\overline{abcd} = 3649$

$\Rightarrow a = 3;$

$b = 6;$

$c = 4;$

$d = 9; \quad e = 2$

$\therefore a + b + c + d + e = 3 + 6 + 4 + 9 + 2 = 24$

Clave A

19. Sean los números a y b.

$\Rightarrow a + b = 112 \quad \wedge \quad a \,\underline{|\, b}$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 4 \quad 3$

$\Rightarrow a = 3b + 4$

Reemplazando el valor de a:

$(3b + 4) + b = 112$

$4b = 108 \Rightarrow b = 27$

$a = 85$

Piden el mayor de ellos: 85

Clave D

20. $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn(2m)}$

$\Rightarrow m = 3 ; n = 9$

Luego:

$\overline{abc} - \overline{cab} = 396$

$\underline{\overline{abc} + \overline{cba} = 1392}$ ↓ (+)

$2 \times \overline{abc} = 1788$

$\overline{abc} = 894$

$a + b^2 + c^3 = 8 + 9^2 + 4^3 = 153$

Clave C

Nivel 3 (página 24) Unidad 1

Comunicación matemática

21.

2	7	8	1	2
2	4		2	3
	3	8		
	3	6		
		2		

I. $2 + 7 + 8 = 17$

II. $2 \times 3 = 6$

III. $1 + 2 = 3$

22. $\overline{xy3} = \overline{cb8}$

$CA(\overline{xy3}) = \overline{cb8} + CA(\overline{8bc})$

$10^3 - (\overline{xy3}) = \overline{cb8} + 10^3 - \overline{8bc}$

$\overline{8bc} - \overline{cb8} = \overline{xy3}$

$\Rightarrow x + 3 = 9 \quad \wedge \quad y = 9 \quad \wedge \quad 8 - c = x + 1$

$x = 6 \qquad\qquad\qquad\qquad c = 1$

I. V $\qquad$ II. F $\qquad$ III. F

Razonamiento y demostración

23. I. F

$\overline{1a} + \overline{ba} = 30$

$\Rightarrow 2a = ...0$

↓

5

Luego:

$1 + b + 1 = 3$

$b = 1$

Por lo tanto:

$\overline{1a}^{\,b} = 15^1 = 15$

II. V

$D = 18q + \underbrace{3q}_{\text{Residuo}}$

$\Rightarrow 0 < \text{Residuo} < d$

$3q < 18$

$q < 6$

Para $D_{máx.}$: $q = 5$

$\Rightarrow D_{máx.} = 18 \times 5 + 3 \times 5$

$D_{máx.} = 90 + 15$

$D_{máx.} = 105$

III. F

$CA(6 \times \overline{a0}) = \overline{bc}$

Si $6 \times \overline{a0}$ tiene tres cifras entonces su C. A. tendrá tres cifras, luego $6 \times \overline{a0}$ es de dos cifras.

Por lo tanto:

$100 - 6\,\overline{a0} = \overline{bc}$

$6\,\overline{a0} + \overline{bc} = 100$

↓ $\quad$ ↓↓

1 $\quad$ 4 0

$\Rightarrow b + c = 4$

Clave B

24. $\overline{ab} - \overline{ba} = \overline{c0}$, $a > b$

$\Rightarrow c + 0 = 9$

$c = 9$

Luego:

$(+)\begin{cases} \overline{ab} - \overline{ba} = 90 \\ \overline{ab} + \overline{ba} = \overline{d0} \end{cases}$

$2\overline{ab} = 90 + \overline{d0}$

$\Rightarrow b = 5$

Además:

$2\overline{a5} = 10(9 + d)$

$\overline{a5} = 5(9 + d)$

Por lo tanto

I. V

$d_{mín.} = 2 \Rightarrow a = 5$

$(a + b + c + d)_{mín.} = 5 + 5 + 9 + 2 = 21$

II. F

$\overline{a5} = 5\underbrace{(9 + d)}_{\text{impar}}$

$\Rightarrow$ d siempre es par.

III. F

$d_{máx.} = 8 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow (a + d)_{máx.} = 16$

Resolución de problemas

25. $\overline{abcd}$ ⌊820 ; 341 ; $\overline{xx}$

$\Rightarrow \overline{abcd} = 820(\overline{xx}) + 341$

$\overline{abcd} = 820(x \,.\, 11) + 341$

$\overline{abcd} = 9020 \,.\, \underset{\downarrow \atop 1}{x} + 341$

$\Rightarrow \overline{abcd} = 9361$

a = 9; b = 3; c = 6; d = 1

Piden: a + b + c + d = 9 + 3 + 6 + 1 = 19

Clave A

26.

$\overline{mnp}$ ×		742 ×
63		63
. . .	⇒	2226
...		4452
746		46746

46746: Producto total

Piden la suma de cifras del producto total:

4 + 6 + 7 + 4 + 6 = 27

Clave C

27. D ⌊28 ; 12 q $\Rightarrow$ D = 28q + 12 ...(I)

$\Rightarrow$ D + n = 28(q + 5) + r ...(II)

De (I) y (II):

(28q + 12) + n = 28q + 140 + r

n = 128 + r

Al sumarle la cantidad, la nueva división puede resultar exacta: r = 0 $\Rightarrow n_{mín.} = 128$

Además: $r = r_{máx.}$

r = d – 1 = 28 – 1 = 27

$\Rightarrow n_{máx.} = 128 + \underbrace{r_{máx.}}_{27}$

$n_{máx.} = 155$

$\Rightarrow n_{mín.} \leq n \leq n_{máx.}$

$128 \leq n \leq 155$

Clave C

28. $\overline{abcc}$ × ⇒ a . c = ...1

$\overline{ba}$ ↓ ↓

: : : : ⇒ a = 3; c = 7

$\overline{4xyz1}$

$\Rightarrow \overline{3b77} \times \overline{b3} = \overline{4xyz1}$

↓ ↓

1 1 = 41 301

2 2 = 75 371 (no cumple)

$\Rightarrow$ a = 3; b = 1; c = 7; x = 1; y = 3; z = 0

Piden:

a + b + c + x + y + z

3 + 1 + 7 + 1 + 3 + 0 = 15

Clave D

29. $Cc = k(N_{(n)} + 1) - \underbrace{11...11_{(n)}}_{\text{k cifras}}$

$\overline{4abc} = 4(\overline{1abc} + 1) - 1111$

$4000 + \overline{abc} = \overline{4abc} + 4000 + 4 - 1111$

$1107 = 3\overline{abc}$

$369 = \overline{abc} \Rightarrow a = 3;\ b = 6;\ c = 9$

Piden:

a + b + c = 3 + 6 + 9 = 18

Clave B

30. $2;\ \underbrace{...}_{\text{k términos}};\ 17;\ \underbrace{...}_{\text{2k términos}};\ 44$

$\Rightarrow k + 2 = \dfrac{17 - 2}{r} + 1 \Rightarrow k = \dfrac{15}{r} - 1$ ...(I)

$\Rightarrow 2k + 2 = \dfrac{44 - 17}{r} + 1 \Rightarrow 2k = \dfrac{27}{r} - 1$ ...(II)

Resolviendo (I) y (II):

k = 4 ∧ r = 3

$\underbrace{2;\ \underbrace{...}_{\text{4 términos}};\ 17;\ \underbrace{...}_{\text{8 términos}};\ 44}_{n\,=\,15\text{ términos}}$

Piden:

$S = \left(\dfrac{t_n + t_1}{2}\right)n = \left(\dfrac{44 + 2}{2}\right)15 = 345$

$\therefore$ S = 345

Clave C

31. a b c ×

3 7

- - - - → 7 × $\overline{abc}$ } Productos parciales

- - - - → 3 × $\overline{abc}$

- - - - - Producto final

Del dato:

$7 \times \overline{abc} - 3 \times \overline{abc} = 1028$

$4 \times \overline{abc} = 1028$

$\overline{abc} = 257$

$\therefore (b - a)^2 + c = (5 - 2)^2 + 7 = 16$

Clave A

32. Llamemos N al número en mención:

Luego: N × 8 = ...496 ...(I)

N × 26 = ...862 ...(II)

Sumando (I) y (II) :

8N + 26N = ...358

34N = ...358 ...(III)

Multiplicando la expresión (III) por 100:

3400N = ...800 ...(IV)

(II) – (I) :

18N = ...366 ...(V)

(IV) + (V) :

3418N = ...166

$\therefore$ La suma de las 3 últimas cifras es:

1 + 6 + 6 = 13

Clave A

33. Colocando en su forma vertical:

En el orden cero:

7x = ...1

Luego: x = 3, pues 7 × 3 = 21 (pongo 1 y llevo 2)

En el primer orden:

$2 + (1 + 2 + 3 + ... + 7) = 2 + \dfrac{7(8)}{2} = 30$ (pongo 0 y llevo 3)

$\Rightarrow$ y = 0

En el segundo orden:

3 + 7 × a = 38

7a = 35

$\Rightarrow$ a = 5

x + y + a = 3 + 0 + 5 = 8

Clave A

34. $\overline{1ab};\ ...\ ;\ \overline{ab2}$

Por ser números consecutivos:

n.° de términos = $\overline{ab2} - (\overline{1ab} - 1)$

La cantidad de cifras empleadas será:

(n.° de términos) × 3 = $\overline{1ab1}$

$(\overline{ab2} - \overline{1ab} + 1) \times 3 = \overline{1ab1}$

$(10\overline{ab} + 2 - 100 - \overline{ab} + 1)\,.\,3 = 1001 + 10\overline{ab}$

$(9\overline{ab} - 97)\,.\,3 = 1001 + 10\overline{ab}$

$17\overline{ab} = 1292$

$\overline{ab} = 76$

$\Rightarrow a = 7 \wedge b = 6$

Piden: a + b = 7 + 6 = 13

Clave A

35. 1; 2; 3; ...; $\overline{2ab}$

$\underbrace{1;\ 2;\ 3;\ ...;\ 9}_{\text{9 cifras}};\ \underbrace{10;\ 11;\ 12;\ ...;\ 99}_{90\,\times\,2\text{ cifras}};$

$\underbrace{100; 101; ...; \overline{2ab}}_{(\overline{2ab} - 99) \times 3 \text{ cifras}}$

Dato:

$9 + 180 + \overline{2ab} . 3 - 297 = \overline{6ab}$

$600 + 3\overline{ab} - 108 = 600 + \overline{ab}$

$2\overline{ab} = 108$

$\overline{ab} = 54$

$\Rightarrow a = 5 \wedge b = 4$

Piden la cantidad de cifras de:

1; 2; 3; ...; 545

$\underbrace{1; 2; 3; ...; 9}_{9 \times 1 \text{ cifras}}$; $\underbrace{10; 11; 12; ...; 99}_{90 \times 2 \text{ cifras}}$;

$\underbrace{100; 101; ...; 545}_{446 . 3 \text{ cifras}}$

La cantidad será

$9 \times 1 + 90 \times 2 + 446 \times 3 = 1527$

Clave C

36. $\underbrace{11}_{t_1}; ...; \underbrace{\overline{ab1}; \overline{ab4}}_{r = 3}; ...; \underbrace{902}_{t_n}$

n.° de términos: n

$n = \frac{t_n - t_1}{r} + 1 = \frac{902 - 11}{3} + 1 = 297 + 1$

$\therefore n = 298$

Clave A

37. $\overline{a(a+b)b}_{(6)}$: a = 1, b = 0; 1; 2; 3; 4 — $\overline{a(a+b)b}_{(6)}$: a = 2, b = 0; 1; 2; 3 — $\overline{a(a+b)b}_{(6)}$: a = 3, b = 0; 1; 2

$\overline{a(a+b)b}_{(6)}$: a = 4, b = 0; 1 — $\overline{a(a+b)b}_{(6)}$: a = 5, b = 0

La cantidad de números será:

$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{5 . 6}{2} = 15$

Clave B

MARATÓN MATEMÁTICA (página 26)

1.

2. Son proposiciones compuestas:

- El tigre es carnívoro, entonces no vuela.
- El tigre es carnívoro o mamífero.

Clave B

3.

I. $\underbrace{\underbrace{0 \neq 2}_{V} \text{ y } \underbrace{3 < 4}_{V}}_{V}$

II. $\underbrace{\underbrace{3 < 11}_{V} \Rightarrow \underbrace{3^2 = 9}_{V}}_{V}$

Clave A

4. $\overline{(a-2)\left(\frac{a+1}{2}\right)(2a)(5-a)}_{(b)}$

$a - 2 > 0 \quad \wedge \quad 5 - a \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{a+1}{2} \in \mathbb{Z}$

$a > 2 \qquad a \leq 5 \qquad$ (a es impar)

Entonces: a: 3; 5

Luego:

$a = 3: 1262_{(b)} \Rightarrow a^2 + b_{mín.} = 9 + 7 = 16$

$a = 5: 33(10)0_{(b)} \Rightarrow a^2 + b_{mín.} = 25 + 11 = 36$

Clave A

5. $\overline{ab}_{(7)} - \overline{b0}_{(9)} = a \Rightarrow \overline{ab}_{(7)} = \overline{ba}_{(9)}$

$7a + b = 9b + a$

$6a = 8b$

$\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{16}{9}$

Clave D

6. $\sqrt{x + 9z + y + z^2} = z + 4$

$x + 9z + y + z^2 = (z + 4)^2$

$x + 9z + y + z^2 = z^2 + 8z + 16$

$x + y + z = 16$

Luego:

$\overline{yxx} +$

$\overline{zzy}$

$\overline{xyz}$

1776

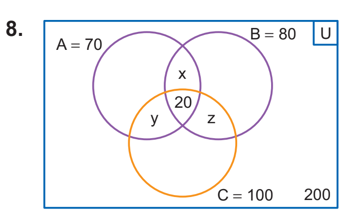
Clave C

7. $n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = 8 + 7 + 6 = 21$

Clave E

8.



$70 + 80 - 20 - x + 100 - 20 - y - z = 200$

$x + y + z = 10$

Clave B

9. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$n[P(A)] = 2^5 = 32$

$n[P(P(A))] = 2^{32}$

Clave C

Unidad 2 TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 31) Unidad 2

Comunicación matemática

1. Del calendario se deduce:

$\overset{\circ}{2}$ de una cifra = {2; 4; 6; 8}

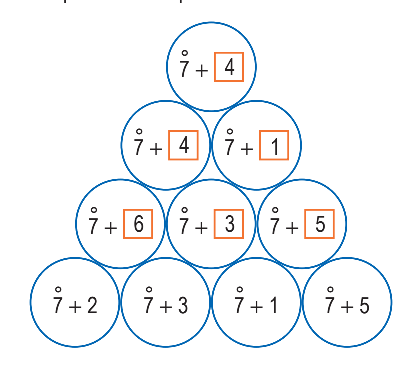
$\overset{\circ}{3}$ de dos cifras = {12; 15; 18; 21; 24; 27; 30}

$\overset{\circ}{11}$ = {11; 22}

Entonces:

Julio 2014						
Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

2. De la pirámide multiplicativa tenemos:



Nos piden:
$6 + 3 + 5 + 4 + 1 + 4 = 23$

3.

Razonamiento y demostración

4. FVVF

5. VVFV

Clave C

Resolución de problemas

6. $S = \underbrace{7 . 1 + 7 . 2 + 7 . 3 + ... + 7 . 6}_{6 \text{ términos}}$

$S = 7(1 + 2 + 3 + ... + 6)$

$S = 7 . \dfrac{6(6+1)}{2} = 21 . 7 = 147$

Clave E

7. Divisores de 42:

{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42}

Piden: $1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 14 + 21 + 42 = 96$

Clave C

8. Por teoría sabemos:

$\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$ $\qquad \overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

$\overset{\circ}{n} \times k = \overset{\circ}{n}$ $\qquad (\overset{\circ}{n})^k = \overset{\circ}{n}$

A) $\overset{\circ}{2} \times \overset{\circ}{2} = \overset{\circ}{2}$

$\overset{\circ}{2} \times \overset{\circ}{2} = (\overset{\circ}{2})^2 = \overset{\circ}{2}$ (V)

B) $\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7}$

$\underbrace{\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}} + \overset{\circ}{7}$

$\underbrace{\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}}$

$\overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7}$ (V)

C) $\overset{\circ}{12} + \overset{\circ}{12} = \overset{\circ}{5}$

Por teoría:

$\underbrace{\overset{\circ}{12} + \overset{\circ}{12}} = \overset{\circ}{5}$

$\downarrow$

$\overset{\circ}{12} = \overset{\circ}{5}$ (F)

D) $5 \times (\overset{\circ}{3}) = \overset{\circ}{3}$

Por teoría:

$\underbrace{5 \times (\overset{\circ}{3})} = \overset{\circ}{3}$

$\downarrow$

$\overset{\circ}{3} = \overset{\circ}{3}$ (V)

E) $3 \times (\overset{\circ}{5}) = \overset{\circ}{5}$

Por teoría:

$\underbrace{3 \times (\overset{\circ}{5})} = \overset{\circ}{5}$

$\downarrow$

$\overset{\circ}{5} = \overset{\circ}{5}$ (V)

Clave C

9. $5(x - 3) = \overset{\circ}{11}$

Por propiedad:

$x - 3 = \overset{\circ}{11}$

$\therefore x = \overset{\circ}{11} + 3$

Clave C

10. $(\overset{\circ}{7} + 2)(\overset{\circ}{7} + 3) = \overset{\circ}{7} + (2x - 4)$

$\overset{\circ}{7} + 2 \times 3 = \overset{\circ}{7} + (2x - 4)$

$\overset{\circ}{7} + 6 = \overset{\circ}{7} + (2x - 4)$

$2x - 4 = 6$

$2x = 10$

$\therefore \ x = 5$

Clave E

Nivel 2 (página 31) Unidad 2

Comunicación matemática

11. Del gráfico deducimos:

$x = \overset{\circ}{2}; x = \overset{\circ}{3} \ \wedge \ x = \overset{\circ}{5} \ \Rightarrow \ x = \overset{\circ}{30}$

$x = 30$

$y = \overset{\circ}{2} \ \wedge \ y = \overset{\circ}{3} \ \Rightarrow \ y = \overset{\circ}{6}$

$y = 96$

$z = \overset{\circ}{2} \ \wedge \ z = \overset{\circ}{5} \ \Rightarrow \ z = \overset{\circ}{10}$

$z = 10$

$w = \overset{\circ}{3} \ \wedge \ w = \overset{\circ}{5} \ \Rightarrow \ w = \overset{\circ}{15}$

$w = 105$

12. La 1.ª proposición es (F).

Sea A = 14 y B = 3 $\Rightarrow$ $A + B = 17 \neq \overset{\circ}{10}$

La 2.ª proposición es verdadera (V).

Si $\overline{3a54} = \overset{\circ}{13} \Rightarrow 4 - 15 - 4a - 3 = \overset{\circ}{13}$

$\underbrace{1\,4\,3\,1}_{-\ +}$ $\qquad -14 - 4a = \overset{\circ}{13}$

$14 + 4a = \overset{\circ}{13}$

$\downarrow$

3

La 3.ª proposición es verdadera (V).

Si $(\overset{\circ}{17} - 2)^4 = (\overset{\circ}{17} + (-2))^4 = \overset{\circ}{17} + (-2)^4$

$= \overset{\circ}{17} + 2^4 = \overset{\circ}{17} + 16$

La 4.ª proposición es falsa (F).

$\overline{267m} = \overset{\circ}{11} \ \Rightarrow 6 + m - 7 - 2 = \overset{\circ}{11}$

$-+-+$ $\qquad m - 3 = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow m = 3$

Razonamiento y demostración

13. I. V

$N = \overline{(2a)(3a)a} \Rightarrow 4a + 9a + a = 14a = \overset{\circ}{7}$

$\downarrow \ \downarrow \ \downarrow$

$2 \ \ 3 \ \ 1 \Rightarrow N = \overset{\circ}{7}$

Luego:

$N = \overset{\circ}{7} = 7k$

$N^3 = 343k^3$

$N^3 = 49(7k^3)$

$N^3 = \overset{\circ}{49}$

II. F

$\overline{mnnm} \Rightarrow m + n - n - m = 0$

$-+-+$

$\Rightarrow \overline{mnnm} = \overset{\circ}{11}$

Luego:

$\overset{\circ}{11} + N = \overset{\circ}{11} \Rightarrow N = \overset{\circ}{11}$

$N^2 = (\overset{\circ}{11})^2 = \overset{\circ}{121}$

III. V

Si $x + y + z = \overset{\circ}{9}$, entonces:

$\overline{xzy} = \overset{\circ}{9} \ \wedge \ \overline{yxz} = \overset{\circ}{9}$

Luego:

$4(\overline{xzy}) + 7(\overline{yxz}) = 4(\overset{\circ}{9}) + 7(\overset{\circ}{9})$

$= \overset{\circ}{9} + \overset{\circ}{9}$

$= \overset{\circ}{9}$

14. I. V

Si $N = \overset{\circ}{10} \Rightarrow (\overset{\circ}{10} - 9)^{\overset{\circ}{10} + 1} = M$

$(\overset{\circ}{10} + 1)^{\overset{\circ}{10} + 1} = M$

$\overset{\circ}{10} + 1^{\overset{\circ}{10} + 1} = M$

$\Rightarrow \overset{\circ}{10} + 1 = M$

II. F

Si $N = \overset{\circ}{9}$

$(\overset{\circ}{9} - 9)^{\overset{\circ}{9} + 1} = M$

$\overset{\circ}{9}^{\overset{\circ}{9} + 1} = M \Rightarrow \overset{\circ}{9} = M$

III. V

Si $N = \overset{\circ}{8}, \Rightarrow (\overset{\circ}{8} - 9)^{\overset{\circ}{8} + 1} = M$

$(\overset{\circ}{8} - 1)^{\overset{\circ}{8} + 1} = M$

Como $\overset{\circ}{8} + 1$ es impar; entonces:

$(\overset{\circ}{8} - 1)^{\overset{\circ}{8} + 1} = M$

$\Rightarrow \overset{\circ}{8} - 1 = M$

Clave C

Resolución de problemas

15. Divisores de 54:

{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54}

$\underbrace{\text{Cantidad de divisores de 54}}_{\text{n.° de varones} = 8} = 8$

Por dato:

$\underbrace{\text{n.° de varones}}_{8} + \text{n.° de mujeres} = 20$

$\therefore$ n.° de mujeres = 12

Clave A

16. $\overline{(a-5)(a-3)a(a-2)} = \overset{\circ}{3}$

$\quad + \quad + \quad + \quad +$

$4a - 10 = \overset{\circ}{3} \Rightarrow 2a - 5 = \overset{\circ}{3}$

$\downarrow$

4

7

Nos piden:

$\Rightarrow 7 + 4 = 11$

Clave A

17. Si: $\overline{53a2} = \overset{\circ}{8}$; $(a = \overset{\circ}{3})$

$\Rightarrow \overline{3a2} = \overset{\circ}{8} \Rightarrow a \in \{0; 3; 9\}$

$\therefore a = 9$

Clave E

18. $\overline{x26y} = \overset{\circ}{72}$

$\overset{\circ}{8}$ y $\overset{\circ}{9}$

$\overline{x26y} = \overset{\circ}{9} \wedge \overline{x26y} = \overset{\circ}{8}$ ($x \neq 0$; y es par)

$+ + + +$

$\underbrace{x + y}_{10} + 8 = \overset{\circ}{9}$

$\Rightarrow x + y = 10$

Clave C

19. Sea N el número de páginas.

$\Rightarrow N = \overset{\circ}{4} \wedge N = \overset{\circ}{6} \Rightarrow N = \overset{\circ}{\overline{MCM(4;6)}}$

$N = \overset{\circ}{12} = 12k$

Por dato: $14 < N < 26$

$14 < 12k < 26$

$1{,}16 < k < 2{,}16$

$\quad \hookrightarrow 2$

$\therefore\ N = 12k = 12(2) = 24$

Clave D

20. Sea el número de tres cifras:

$N = \overline{ab7} = \overset{\circ}{13}$

$\overline{ab0} + 7 = \overset{\circ}{13}$

$\overline{ab0} = 13k - 7$

$\downarrow$

9

19

29 } 7 términos

⋮

69

$\therefore$ Existen 7 números.

Clave C

Nivel 3 (página 32) Unidad 2

Comunicación matemática

21. Del gráfico:

$(9 \times m) \times (11 \times n) = \overline{abcd}$

$99 \times m \times n = \overline{abcd} \Rightarrow \overline{abcd} = \overset{\circ}{99}$

$\overline{ab} + \overline{cd} = \overset{\circ}{99}$

$\Rightarrow \overline{ab} + \overline{cd} = 99$ ...(I)

Además:

$\overline{ab} - \overline{cd} = 23$ ...(II)

Sumando (I) y (II), tenemos:

$\overline{ab} = 61$

$\therefore a + b = 7$

22. Sea: $\overline{abcd}$ el número formado por las cifras.

Como: $\overline{abcd} = \overset{\circ}{2} \Rightarrow$ d es par

$\Rightarrow d = 8$

Luego:

$\overline{abc8} = \overset{\circ}{7} \Rightarrow 8 + 3c + 2b - a = \overset{\circ}{7}$

$\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \qquad 3c + 2b - a + 1 = \overset{\circ}{7}$

$1231 \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$- + \qquad 7 \quad 1 \quad 3$

El número es: 3178

$\therefore$ La cifra de orden 3 es: 3

Razonamiento y demostración

23. I. V

$A \times B = C \Rightarrow A \times B - C = 0 = \overset{\circ}{n}$

II. F

$A \times B = \overset{\circ}{n} + r \Rightarrow \overset{\circ}{n} + r + C = \overset{\circ}{n}$

$C = \overset{\circ}{n} - r$

III. F

$1 = \overset{\circ}{n}$ como $n \in \mathbb{Z}^+$ solo puede ser igual a 1.

Clave A

24. I. V

$M = 3N \Rightarrow 5N + 3N = \overset{\circ}{11}$

$8N = \overset{\circ}{11}$

$N = \overset{\circ}{11}$

II. V

$\overline{cab} = \overset{\circ}{9} \Rightarrow a + b + c = \overset{\circ}{9}$

Luego:

$\overline{4a} + \overline{2b} + \overline{3c} = 40 + a + 20 + b + 30 + c$

$= 90 + \underbrace{a + b + c}_{\overset{\circ}{9}}$

$= \overset{\circ}{9} + \overset{\circ}{9}$

$= \overset{\circ}{9}$

III. F

Para $A = 11 = \overset{\circ}{7} + 4$ y $B = 18 = \overset{\circ}{7} + 4$

$\Rightarrow A \neq B$

Resolución de problemas

25. $\overline{abc} \times 11 = \overline{4n3n}$ ...(I)

$\Rightarrow \overline{4n3n} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow n + n - 4 - 3 = \overset{\circ}{11}$

$2n - 7 = \overset{\circ}{11}$

$2n + 4 = \overset{\circ}{11}$

$n + 2 = \overset{\circ}{11}$

$\Rightarrow n = 9$ ...(II)

Reemplazando (II) en (I):

$\overline{abc} \times 11 = 4939 \Rightarrow a = 4, b = 4 \wedge c = 9$

$\therefore a + b + c = 17$

Clave C

26. $\overline{mnpq} = \overset{\circ}{33}$ $\quad \overline{mn} + \overline{pq} = \overset{\circ}{33}$ ...(I)

Del enunciado:

$\overline{pq} - \overline{mn} = 7 \Rightarrow \overline{pq} = \overline{mn} + 7$ ...(II)

Reemplazando (II) en (I):

$\overline{mn} + \overline{mn} + 7 = \overset{\circ}{33}$

$2\overline{mn} + 7 = \overset{\circ}{33}$

$2\overline{mn} + 40 = \overset{\circ}{33}$

$\overline{mn} + 20 = \overset{\circ}{33}$

$\Rightarrow \overline{mn} \in \{13; 46; 79\}$

$\therefore$ Existen 3 números que cumplen dicha condición.

Clave A

27. $13^{1146} = (\overset{\circ}{5} - 2)^{1146} = \overset{\circ}{5} + 2^{1146}$

$= \overset{\circ}{5} + 4^{573} = \overset{\circ}{5} + (\overset{\circ}{5} - 1)^{573}$

$= \overset{\circ}{5} + [\overset{\circ}{5} + (-1)^{573}]$

$= \overset{\circ}{5} + [\overset{\circ}{5} - 1] = \overset{\circ}{5} - 1$

$= \overset{\circ}{5} + 4$

$\therefore$ El residuo es 4.

Clave C

28. Observación:

$(\text{Impar})^k = \text{Impar}, \ \forall\ k \in \mathbb{N}$

$\overset{\circ}{9} + x = (\overset{\circ}{9} + 8)^{(\overset{\circ}{8} + 7)^n}$ → Impar

$\overset{\circ}{9} + x = (\overset{\circ}{9} + 8)^b$ → impar

$\overset{\circ}{9} + x = (\overset{\circ}{9} - 1)^b = \overset{\circ}{9} + (-1)^b$

$\overset{\circ}{9} + x = \overset{\circ}{9} - 1 = \overset{\circ}{9} + 8$

$\Rightarrow x = 8$

Clave C

29. $\overline{ab} + (\overline{ab} + 3\,.\,1) + (\overline{ab} + 3\,.\,2) + ... + (\overline{ab} + 3\,.\,32) = \overset{\circ}{17}$

$33\overline{ab} + 3(1 + 2 + 3 + ... + 32) = \overset{\circ}{17}$

$33\overline{ab} + 3\,.\,\dfrac{32.33}{2} = \overset{\circ}{17}$

$33(\overline{ab} + 48) = \overset{\circ}{17}$

$\overline{ab} + 48 = \overset{\circ}{17}$

$\overline{ab} + 14 = \overset{\circ}{17}$

$\Rightarrow \overline{ab} \in \{20; 37; 54; 71; 88\}$

$\therefore$ La suma de valores de $\overline{ab}$ es 270.

Clave D

30. $\overline{ab}^{\overline{ab}} = \overline{ab}^{10a}\,.\,\overline{ab}^{b} = (\overline{ab}^{a})^{10}\,.\,\overline{ab}^{b}$

$\overset{\circ}{7} + x = (\overset{\circ}{7} + 2)^{10}(\overset{\circ}{7} + 5) = (\overset{\circ}{7} + 2^{10})\,(\overset{\circ}{7} - 2)$

$\overset{\circ}{7} + x = \overset{\circ}{7} - 2^{11} = \overset{\circ}{7} - 2^9\,.\,2^2$

$\overset{\circ}{7} + x = \overset{\circ}{7} - (2^3)^3\,.\,4 = \overset{\circ}{7} - (\overset{\circ}{7} + 1)^3\,.\,4$

$\overset{\circ}{7} + x = \overset{\circ}{7} - (\overset{\circ}{7} + 1)\,.\,4 = \overset{\circ}{7} - 4$

$\overset{\circ}{7} + x = \overset{\circ}{7} + 3 \Rightarrow x = 3$

Clave C

NÚMEROS PRIMOS

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 35) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. F

$CD(N) = CD_P + CD_C + 1$

II. V

III. F

8 y 38 no son PESÍ.

5. I. F

53 es un número primo.

II. V

$CD(12) = \underbrace{(2+1)}_{CD(2^2)} \times \underbrace{(1+1)}_{CD(3)} = CD(4) \times CD(3)$

III. F

Divisores de 13: 1 y 13

$SD(13) = 1 + 13 = 14$

Clave B

Resolución de problemas

6. $30 < x < 50$

$x \rightarrow$ primo absoluto

$x \in \{31; 37; 41; 43; 47\}$

Por lo tanto, hay 5 números.

Clave E

7. $3500 = 2^2 . 5^3 .7$

$CD_p(3500) = 3$

Clave B

8. $920 = 2^3 . 5^1 . 23^1$

$SD(920) = \frac{2^{3+1}-1}{2-1} . \frac{5^{1+1}-1}{5-1} . \frac{23^{1+1}-1}{23-1}$

$SD(920) = \frac{2^4-1}{1} . \frac{5^2-1}{4} . \frac{23^2-1}{22}$

$= 15 . 6 . 24$

$\therefore\ SD(920) = 2160$

Clave B

9. $4^n = 2^{2n}$

$CD(4^n) = 2n + 1$

$31 = 2n + 1$

$30 = 2n$

$\therefore\ n = 15$

Clave E

10.

234	2
117	3
39	3
13	13
1	

$\Rightarrow 234 = 2 \times 3^2 \times 13$

$SD(234) = \left(\frac{2^2-1}{2-1}\right)\left(\frac{3^3-1}{3-1}\right)\left(\frac{13^2-1}{13-1}\right)$

$SD(234) = 3 \times 13 \times 14 \Rightarrow SD(234) = 546$

Luego: $SID(234) = \frac{546}{234} \Rightarrow SID(234) = 2,3$

Clave C

Nivel 2 (página 35) Unidad 2

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. I. V

$72 = 3^2 . 2^3 \Rightarrow CD(72) = 12$

$108 = 3^3 . 2^2 \Rightarrow CD(108) = 12$

$\therefore CD(72) = CD(108)$

II. F

Divisores de 2: 1 y 2

$PD(2) = 1 \times 2 = 2$

III. V

$SID(N) = \frac{SD(N)}{N}$

$N = \frac{SD(N)}{SID(N)}$

14. I. V

Divisores de 71: 1; 71

$PD(71) = 1 \times 71 = 71$

$\Rightarrow CA[PD(71)] = CA(71)$

II. F

5 = 1 + 4; 1 y 4 no son primos.

III. F

67 es primo, pero 6 no es impar.

Clave A

Resolución de problemas

15. $K = \underbrace{900 ... 0}_{n \text{ cifras}} \Rightarrow 48$ divisores

$K = 2^n . 3^2 . 5^n$

$(n + 1)(2 + 1)(n + 1) = 48$

$(n + 1)^2 = 16$

$\Rightarrow n = 3$

$K = 2^3 . 3^2 . 5^3$

$K = 9000$

Por lo tanto, se deben colocar 3 ceros.

Clave A

16. $18^n = (2 . 3^2)^n = 2^n . 3^{2n}$

Sabemos:

$CD(N) = CD_C(N) + CD_P(N) + 1$

$(n + 1)(2n + 1) = 63 + 2 + 1$

$(n + 1)(2n + 1) = 66 = 6 . 11$

$(n + 1)(2n + 1) = (5 + 1)(2 . 5 + 1)$

$\Rightarrow n + 1 = 5 + 1$

$\therefore n = 5$

Clave E

17. $6^a . 18^b = (3 . 2)^a . (3^2 . 2)^b$

$= 3^a . 2^a . 3^{2b} . 2^b$

$N = 3^{(a + 2b)} . 2^{(a + b)}$

$CD(N) = (a + 2b + 1) . (a + b + 1) = 77$

$= (a + 2b + 1) . (a + b + 1) = 11 . 7$

$\Rightarrow a + 2b + 1 = 11 \quad \wedge \quad a + b + 1 = 7$

$a + 2b = 10$ ...(1) $\qquad a + b = 6$ ...(2)

De (1) y (2):

$b = 4 \ \wedge a = 2$

$\therefore a . b = 2 . 4 = 8$

Clave A

18. $900 = 2^2 . 3^2 . 5^2 \Rightarrow 27$ divisores

$N = 42 . 3^n = 2 . 3 . 7 . 3^n = 2 . 3^{n+1} . 7$

$(1 + 1)(n + 1 + 1)(1 + 1) = 24$

$2 . (n + 2) . 2 = 24$

$n + 2 = 6 \Rightarrow n = 4$

$N = 42 . 3^4 \Rightarrow N = 3402$

$\therefore \Sigma cifras = 3 + 4 + 0 + 2 = 9$

Clave E

19. $N = 2^a . 3^b$

$CD(N) = (a + 1)(b + 1)$

$8(N) = 2^{a+3} . 3^b$

$CD(8N) = (a + 4)(b + 1)$

$= (a + 1)(b + 1) + 9$ ...(1)

$9N = 2^a . 3^{b+2}$

$CD(9N) = (a + 1)(b + 3)$

$= (a + 1)(b + 1) + 10$ ...(2)

Restamos (1) de (2) y efectuando operaciones, tenemos:

$\Rightarrow 2a - 3b = 2 \ \wedge a > b$

Cumple para: $a = 4 \wedge b = 2$

$\therefore N = 2^4 . 3^2 = 144$

Clave A

Nivel 3 (página 36) Unidad 2

Comunicación matemática

20. Descomprimiendo canónicamente:

$N_1 = 2^{n+1} . 3^n . 5^n . 7^1$
$N_2 = 3^{n+1} . 5^n . 7^1$

Del enunciado:
$CD(N^1) + CD(N_2) = 96$
$\Rightarrow (n+2)(n+1)(n+1)(2) + (n+2)(n+1)(2) = 96$
$\Rightarrow (n+2)^2 (n+1) = 48 = 4^2 . 3$
$\therefore n = 2$

Clave A

21.

22.

Razonamiento y demostración

23. I. F

$CD(12) = 3 \times 2 = 6; CD(15) = 4$

$CD(12) > CD(15)$

III. V

$PD(7^n) = (7^n)^{\frac{n+1}{2}} = (7^{n+1})^{\frac{n}{2}}$

III. F

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

$CD(792) = (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$

$CD_P = 3$

$CD_C = CD(N) - CD_P - 1 = 24 - 3 - 1 = 20$

24. Como $a < b < c$ son primos absolutos, entonces:

I. F
Si $a \neq 2$, entonces a es impar, luego:
$a + b = c$
↑ ↑ ↑
Impar Impar Par

c no puede ser par, ya que es primo.

El único número primo par es 2 y si $c = 2$, entonces $0 < a < b < 2$ (no existe).

II. F
Si $b = 2$, entonces:
$0 < a < 2$

No existe un número entero positivo primo menor que 2.

III. F
$\underbrace{a + b}_{c} + c = c + c = 2c$

Como c es un número primo, entonces 2c es un número compuesto.

Resolución de problemas

25. $\overline{ab0b}_{(4)} \rightarrow$ n.° primo

$64a + 17b \Rightarrow a = 2 \wedge b = 3$

179 ⇒ primo

$a = 2; b = 3$

$\therefore a \times b = 6$

Clave C

26. $N_1 = 3^b . 5^a$ $\quad N_2 = 2^a . 5^3$

$(a+1)(b+1) - (a+1)(4) = 3$

$(a+1)(b+1-4) = 3$

$(a+1)(b-3) = 3$

$a = 2 \wedge b = 4$

$N_1 = 3^4 \times 5^2$ $\quad N_2 = 2^2 \times 5^3$

$N_1 - N_2 = 1525$

Clave C

27. Si: $\overline{aabc} = c^3 \times 3^2$

$\overline{aabc} = 5^3 \times 3^2$
↓↓↓↓
1125

$a = 1; b = 2; c = 5$
$a + b + c = 1 + 2 + 5 = 8$

Clave C

28. $CD(\overline{abc}) = 7 . 3$

$\Rightarrow \overline{abc} = \alpha^6 . \beta^2$

Solo cumple: $\alpha = 2 \wedge \beta = 3$

$\Rightarrow \overline{abc} = 2^6 . 3^2 = 576$

$\therefore a . b . c = 5 . 7 . 6 = 210$

Clave E

29. $N = 25^a + 25^{a-1} \wedge CD(N) = \overline{33b}$

$N = 25^a\left(1 + \frac{1}{25}\right) = 5^{2a} . \frac{26}{25}$

$N = 5^{2a-2} . 13 . 2$

$CD(N) = (2a-1)(2)(2)$

$= 4(2a-1) = \overline{33b}$

Cumple para: $a = 42 \Rightarrow b = 2$

$\therefore a + b = 42 + 2 = 44$

Clave C

30. $N = 13^k . 13^2 - 13^k$

$\Rightarrow N = 13^k (13^2 - 1) = 13^k . 168$

$N = 13^k . 2^3 . 3 . 7^1$

$\Rightarrow CD(N) = (k+1)(3+1)(1+1)(1+1)$

$CD(N) = (k+1)(4)(2)(2)$

$CD(N) = 16(k+1)$

$\Rightarrow 16(k+1) = CD_P(N) + CD_C(N) + 1$

Del enunciado:
$CD_C(N) = 75$

$\Rightarrow 16(k+1) = 4 + 75 + 1 = 80$

$\therefore k = 4$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 39) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. a) V b) V c) F

5. I. F II. V III. F

Clave B

Resolución de problemas

6. $A = 2^3 . 3^5 . 5^2 . 7^2$

$B = 2^4 . 3^2 . 5 . 11$

$C = 2^2 . 3^2 . 5^4 . 13^2$

$\therefore$ MCD(A; B; C) $= 2^2 . 3^2 . 5 = 180$

Clave D

7. $A = 72^x . 750$ $\quad B = 90^x . 4$

$A = 3^{2x} . 2^{3x} . 5^3 . 3 . 2$ $\quad B = 3^{2x} . 5^x . 2^x . 2^2$

$A = 3^{2x+1} . 2^{3x+1} . 5^3$ $\quad B = 3^{2x} . 2^{x+2} . 5^x$

$MCM(A; B) = 3^{2x+1} . 2^{3x+1} . 5^x$

$CD_{MCM(A; B)} = (2x + 2)(3x + 2)(x + 1)$

$= 2944$

$\Rightarrow (x + 1)^2(3x + 2) = 1472$

$\therefore x = 7$

Clave C

8. $A = 2^3 . 5^2 . 7^3 \wedge B = 2^2 . 5^3 . 11^2 \wedge C = 3^3 . 5^4$

$MCM(A; B; C) = 2^3 . 3^3 . 5^4 . 7^3 . 11^2$

$\therefore$ CD(MCM(A; B; C))

$= (4)(4)(5)(4)(3) = 960$

Clave C

9. MCM(4; 5; 6; 8) = 120

$\Rightarrow \overset{\circ}{120} < 320$

$120k < 320$

$k < 2,6$

$\Rightarrow k \in \{1; 2\}$

$\therefore$ Los números son 2: 120 y 240

Clave B

10. $MCM\left(\frac{21k}{5}; \frac{7k}{10}; \frac{9k}{5}\right) = 630$

$10MCM\left(\frac{21k}{5}; \frac{7k}{10}; \frac{9k}{5}\right) = 630 . 10$

MCM(42k; 7k; 18k) = 6300

$k\,MCM(7 . 3 . 2; 7; 3^2 . 2) = 6300$

$k(7 . 3^2 . 2) = 6300$

$\therefore k = 50$

Clave D

Nivel 2 (página 39) Unidad 2

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. a) V

b) V

$MCD(A; A^3) = A \times MCD(1; A^2) = A \times 1 = A$

c) F

$3 \times MCD(4; 2) = 3 \times 2 = 6$

MCD(6; 1) = 1

$\Rightarrow MCD(6; 1) \neq 3 \times MCD(4; 2)$

14. a) V

$\underbrace{MCD(8; 1)}_{1} \times \underbrace{MCM(8; 1)}_{8} = \underbrace{MCM(8; 1)}_{8}$

b) V

$MCM(A; 1) = A \wedge MCM(B; 1) = B$

$\Rightarrow A + B = MCM(A; 1) + MCM(B; 1)$

c) F

$MCD(3; 9) = 3 \neq \overset{\circ}{6}$

Resolución de problemas

15. $A = 450 \times 75^n = (3^2 \times 5^2 \times 2) \times (5^2 \times 3)^n$

$A = 2 \times 3^{n+2} \times 5^{2n+2}$

$B = 75 \times 18^n = 5^2 \times 3 \times (3^2 \times 2)^n$

$B = 2^n \times 3^{2n+1} \times 5^2$

$MCM(A; B) = 2^n \times 3^{2n+1} \times 5^{2n+2}$

$CD = (n + 1)(2n + 1 + 1)(2n + 2 + 1) = 550$

$2(n + 1)(n + 1)(2n + 3) = 550$

$(n + 1)^2(2n + 3) = 275 = 5^2 \times 11$

$\therefore n = 4$

Clave E

16. Del enunciado:

MCM(A; B) = 630

$A \times B = 3780$

Sabemos:

$MCD(A; B) \times MCM(A; B) = A \times B$

$MCD(A; B) \times 630 = 3780$

$\therefore MCD(A; B) = 6$

Clave E

17. Sean A y B los números.

Tenemos:

	4	5	2	3
A	B	7k	3k	k
	7k	3k	k	0

Para:

$B = 35k + 3k$

$B = 38k$

$A = 38k \times 4 + 7k$

$A = 159k$

Del Dato:

$159k - 38k = 3630$

$121k = 3630$

$k = 30$

$\Rightarrow A = 159 \times 30 \wedge B = 38 \times 30$

$A = 4770 \quad B = 1140$

$\therefore A = 4770$

Clave D

18. Los números: 6750; 6300; 4050

MCD(6750; 6300; 4050)

6750 – 6300 – 4050	2
3375 – 3150 – 2025	25
135 – 126 – 81	9
15 – 14 – 9	

$MCD(6750 ; 6300 ; 4050) = 2 \times 5^2 \times 3^2$

La cantidad de números será: CD = 2(3)(3) = 18

Clave A

19. $A = 12 . 45^n = 3 . 2^2 . 3^{2n} . 5^n = 2^2 . 3^{2n+1} . 5^n$

$B = 12^n . 45 = 3^n . 2^{2n} . 3^2 . 5 = 2^{2n} . 3^{n+2} . 5$

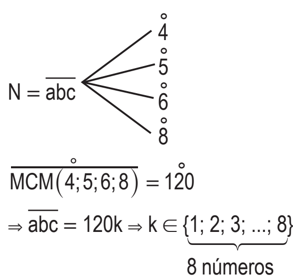
$MCM(A; B) = 2^{2n} . 3^{2n+1} . 5^n$

$CD = 90 = (2n + 1)(2n + 2)(n + 1)$

$\underset{3^2 . 5}{45} = (2n + 1)(n + 1)^2 \Rightarrow n = 2$

Clave B

20.



$\overline{MCM(\overset{\circ}{4; 5; 6; 8})} = \overset{\circ}{120}$

$\Rightarrow \overline{abc} = 120k \Rightarrow k \in \underbrace{\{1; 2; 3; ...; 8\}}_{8\ números}$

Clave D

Nivel 3 (página 40) Unidad 2

Comunicación matemática

21. Sea l la longitud de cada trozo, entonces:

$260 = \overset{\circ}{l}$; $280 = \overset{\circ}{l}$; $420 = \overset{\circ}{l}$ y $480 = \overset{\circ}{l}$

$\Rightarrow l = \text{MCD}(260; 280; 420; 480) = 20$

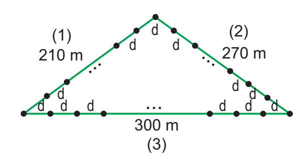
a) Se obtuvieron:

$\frac{260}{20} + \frac{280}{20} + \frac{420}{20} + \frac{480}{20}$

$13 + 14 + 21 + 24 = 72$ trozos

b) Cada trozo mide 20 cm.

22.



Sea d la distancia entre poste y poste, del gráfico se observa.

$\overset{\circ}{d} = 210$; $\overset{\circ}{d} = 270$ y $\overset{\circ}{d} = 300$

Es decir: d es un divisor común de 210; 270 y 300.

Además, como es la mayor distancia posible, se cumple:

$d = \text{MCD}(210; 270; 300) = 30$

En el lado (1) hay: $\frac{210}{30} - 1 = 6$ postes

(sin contar los postes de las esquinas)

En el lado (2) hay: $\frac{270}{30} - 1 = 8$ postes

En el lado (3) hay: $\frac{300}{30} - 1 = 9$ postes

a) Se colocan: $6 + 8 + 9 + 3 = 26$ postes

b) Distancia entre poste y poste: 30 m

Razonamiento y demostración

23. a) F

MCD(B; 3B; 5B; 2B)
= B × MCD (1; 3; 5; 2) = B

b) V

c) F

MCM(2 + 3; 3) = MCM(5; 3) = 15

24.

I. V

Si $B = \overset{\circ}{A}$, entonces: $B = AK$, $K\ \mathbb{Z}^+$

Luego:

$\text{MCD}(A + AK; A) = \text{MCD}[A(K + 1); A] =$
$A \times \text{MCD}(K + 1; 1) = A$

II. V

Como A y B son PESÍ, entonces:

MCD(A; B) = 1

Luego:

$\text{MCM}[\text{MCD}(A; B); A \times B] = \text{MCM}(1; A \times B)$
$= A \times B$

III. F

$\text{MCD}(3k_1; 3k_2; 3k_3; 3k_4)$

$= 3 \times \underbrace{\text{MCM}(k_1; k_2; k_3; k_4)}_{\geq 1} \geq 3$

Clave C

Resolución de problemas

25. Como: $10 = 2 \times 5 \Rightarrow$ exponentes: 1; 4

$15 = 3 \times 5 \Rightarrow$ exponentes: 2; 4

$\text{MCD}(A; B) = 18 = 2 . 3^2$

$\Rightarrow\ A = (2 . 3^2) . 3^2 = 162$

$B = (2 . 3^2) . 2^3 = 144$

$\therefore\ A + B = 306$

Clave A

26. Reconstruyendo el esquema:

Cocientes sucesivos	5	1	2	3
A	B	70	30	10
Residuos sucesivos	70	30	10	0

$\Rightarrow B = 70 \times 1 + 30 = 100$

$\Rightarrow A = B \times 5 + 70 = 100 \times 5 + 70$

$A = 570$

$\therefore$ El mayor de los números es 570.

Clave A

27. $L_1 = 540$; $L_2 = 480$; $L_3 = 360$

$L_1 = 3^3 . 2^2 . 5$; $L_2 = 2^5 . 5 . 3$; $L_3 = 2^3 . 3^2 . 5$

$\text{MCD}(L_1; L_2; L_3) = 2^2 . 3 . 5 = 60$

$\therefore$ Se ha obtenido 60 trozos.

Clave C

28. Sean los números A y B:

- $A - B = 7$

$\downarrow \quad \downarrow$

$d\alpha - d\beta = 7 \Rightarrow d(\alpha - \beta) = 7$ ...(1)

- $\text{MCM}(A; B) = 330$

$d . \alpha . \beta = 2 . 3 . 5 . 11$ ...(2)

De (1) y (2): $d = 1 \wedge A - B = 7$

$\Rightarrow A = 22 \wedge B = 15$

Clave B

29. Si:

MCD(A; B) = 18; CD(A) = 21; CD(B) = 10

Sabemos:

$\text{MCD}(A; B) = d \Rightarrow A = dp$; $B = dq$

(p y q son PESÍ)

Entonces:

$A = 18p \quad \wedge \quad B = 18q$

$A = 3^2 . 2p \quad B = 3^2 . 2q$

$CD(A) = 21 = (2 + 1)(6 + 1)$

$\Rightarrow A = 3^2 . 2 . 2^5$

$A = 2^6 . 3^2$

$CD(B) = 10 = (1 + 1)(4 + 1)$

$\Rightarrow B = 3^2 . 2 . 3^2$

$B = 3^4 . 2$

$\therefore A + B = 576 + 162 = 738$

Clave C

30. Sea:

Televisor: T

Refrigeradora: R

Precio: C

$\underbrace{T . C = 95\,450}_{(1)} \wedge \underbrace{R . C = 19\,550}_{(2)}$

Dividimos (1) y (2):

$\frac{T}{R} = \frac{95\,450}{19\,550} = \frac{83k}{17k}$

Sumamos (1) y (2):

$C\underbrace{(T + R)} = 115\,000$

$C . 100k = 115\,000$

$\underbrace{C. k} = 1150$

$\downarrow$

Máximo $\Rightarrow$ k = 1

Vendió: $83k + 17k = 100$

Clave C

CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES ($\mathbb{Q}$)

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 43) Unidad 2

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. a) F

$1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{7}{5} = \frac{10+5+3-14}{10} = \frac{2}{5}$

Es una fracción propia.

b) F

$\frac{5}{2} \times \frac{2}{3} \div \frac{5}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = 1 \in \mathbb{N}$

c) V

$0,1 + 0,0\widehat{3} = \frac{1}{10} + \frac{3}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

5. a) F

Si $\frac{2}{15} > \frac{17}{42} \Rightarrow 2 \times 42 > 17 \times 15$

$84 > 255$ (falso)

b) V

$\frac{3+5+8}{3+6+8} = \frac{16}{17}$

$\Rightarrow$ Es una fracción irreductible.

c) V

$\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{25}} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow$ Es un número fraccionario.

Resolución de problemas

6. $0,666\ldots = 0,\widehat{6}$

$0,\widehat{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Clave B

7. $0,1\widehat{3} = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

Clave C

8. $S = \sqrt{22 \,.\, (4,\widehat{27}) + 6}$

$S = \sqrt{22 \,.\, \left(4 + \frac{27}{99}\right) + 6}$

$S = \sqrt{22 \,.\, \frac{423}{99} + 6} = \sqrt{94+6}$

$\therefore\ S = \sqrt{100} = 10$

Clave A

9. $A = \sqrt{12 \,.\, (0,\widehat{6}) + 1} = \sqrt{12 \,.\, \frac{6}{9} + 1}$

$A = \sqrt{\frac{3\,.\,4\,.\,3\,.\,2}{3\,.\,3} + 1} = \sqrt{8+1} = \sqrt{9}$

$\therefore A = 3$

Clave C

10. $S = \sqrt[3]{37 \,.\, (0,\widehat{081}) + 5}$

$S = \sqrt[3]{37 \,.\, \left(\frac{81}{999}\right) + 5} = \sqrt[3]{\frac{37\,.\,9\,.\,9}{9\,.\,111} + 5}$

$\therefore S = \sqrt[3]{\frac{333}{111} + 5} = \sqrt[3]{\frac{888}{111}} = 2$

Clave B

Nivel 2 (página 43) Unidad 2

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. a) F

$0,\widehat{15} = \frac{15}{99} > \frac{11}{99} = \frac{1}{9} = 0,\widehat{1} > 0,1$

b) V

$0,2 + 0,0\widehat{2} = \frac{2}{10} + \frac{2}{90} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} = 0,\widehat{2}$

c) V

$47 \times 0,\widehat{37} + 52 \times \frac{37}{99}$

$= 99 \times \frac{37}{99} = 37$

14. a) F

$\frac{7}{90} > \frac{7}{100}$

b) F

$f = \frac{10}{15}$ no es irreductible.

c) V

$\frac{1}{1+\frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{6}$ es irreductible.

Resolución de problemas

15. $\sqrt{\left(\frac{0,28\widehat{3}}{0,5\widehat{6}}\right) \times \left(\frac{1}{0,\widehat{3}}\right) + 0,5}$

$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$0,28\widehat{3} = \frac{283-28}{900} = \frac{17}{60}$

$0,5\widehat{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{17}{30}$

$0,\widehat{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Reemplazando:

$\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$

Clave C

16. $E = \frac{0,\widehat{6} + 0,3\widehat{9}}{0,25}$

$E = \frac{\frac{6}{9} + \frac{36}{90}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{96}{90}}{\frac{1}{4}}$

$\therefore E = \frac{96 \times 4}{90} = \frac{64}{15}$

Clave D

17. $3\frac{2}{7} = \frac{3\,.\,7+2}{7} = \frac{23}{7}$

$5\frac{4}{9} = \frac{5\,.\,9+4}{9} = \frac{49}{9}$

$1\frac{5}{17} = \frac{17+5}{17} = \frac{22}{17}$

$6\frac{4}{9} = \frac{6\,.\,9+4}{9} = \frac{58}{9}$

$\therefore\ 23 + 49 + 22 + 58 = 152$

Clave D

18. $x + \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{6}{11} \times \frac{4}{9} \times 7$

$x + \frac{4}{9} = \frac{4 \times 20}{99}$

$\frac{9x+4}{9} = \frac{80}{99}$

$9x + 4 = \frac{80}{11}$

$9x = \frac{36}{11} \quad \therefore x = \frac{4}{11}$

Clave A

19. $\frac{1}{10} < \frac{N}{180} < \frac{1}{9}$

$18 < N < 20$

$\Rightarrow N = 19$

$\therefore\ \frac{N}{180} = \frac{19}{180}$

Clave C

20. $\left(\frac{1}{15} < \frac{N}{60} < \frac{1}{2}\right) \times 60$

$4 < N < 30$

$\downarrow$

$N = \{5; 6; 7; \ldots; 29\}$

La cantidad de fracciones será:
$29 - 4 = 25$

Clave E

Nivel 3 (página 44) Unidad 2

Comunicación matemática

21. Sea x e y las cantidades que se retiran del recipiente B, para verter en los recipientes A y C, respectivamente.

Se cumple:

$\frac{3}{5} - x - y = \frac{1}{2} + x = \frac{1}{7} + y$

Se tiene:

- $\frac{3}{5} - x - y = \frac{1}{2} + x$

$$\frac{1}{10} = 2x + y \quad ...(1)$$

- $\frac{3}{5} - x - y = \frac{1}{7} + y$

$$\frac{16}{35} = x + 2y \quad ...(2)$$

Sumando (I) y (II):

$$\frac{1}{10} + \frac{16}{35} = 3x + 3y$$

$$\frac{39}{70} = 3(x + y)$$

$$\frac{13}{70} = x + y$$

$\therefore$ Lo que se retira en total del recipiente B es:

$$x + y = \frac{13}{70}$$

22.

Razonamiento y demostración

23. I. F

$$\frac{1 + 2 + ... + n}{1^3 + 2^3 + ... + n^3} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$$

$$= \frac{1}{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]} = \frac{2}{n(n+1)}$$

Por dato:

$n > 2$

$\Rightarrow n(n + 1) > 6 > 2$

$\Rightarrow f < 1$ es una fracción propia

b) V

$\frac{D}{5} = 2 \Rightarrow D = 10$

$N = 0,\overset{\frown}{ab} = \frac{ab}{99}$

$\Rightarrow f = \frac{N}{D} = \frac{\frac{ab}{99}}{10} = \frac{ab}{990} = 0,0\overset{\frown}{ab}$

c) F

Como $0 < a < 2$ y $0 < b < 2$, entonces

$a = 1$ y $b = 1$

Luego: $\frac{11 + 11}{11_{(2)}} = \frac{22}{3} \wedge \frac{27}{11_{(2)}} = \frac{27}{3} = 9$

↑ No es fracción

24. I. F

$f_1 = \frac{a}{b}$ y $f_2 = \frac{c}{d}$ son fracciones, entonces:

$a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+ \wedge a \neq \overset{\circ}{b}, c \neq \overset{\circ}{d}$

$a + b + c + d = 4$ (no se puede dar este caso)
↓ ↓ ↓ ↓
1 1 1 1

II. V

$c = a + b \Rightarrow f_2 = \frac{a + b}{d}$

$f_2 < f_1 + 1 \Rightarrow \frac{a + b}{d} < \frac{a}{b} + 1$

$$\frac{a + b}{d} < \frac{a + b}{b}$$

$\Rightarrow b < d \Rightarrow d - b > 0 \leftarrow \in \mathbb{R}^+$

Luego:

$d - b = n; n \in \mathbb{Z}^+$

III. V

$\left.\begin{matrix} c - 1 = a \Rightarrow c = a + 1 \\ d - b = 1 \Rightarrow d = b + 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f_2 = \frac{a + 1}{b + 1}$

f_1 es propia $\Rightarrow a < b$

Luego:

$a + ab < b + ab$

$a(1 + b) < b(1 + a)$

$\frac{a}{b} < \frac{1 + a}{1 + b}$

$\Rightarrow f_1 < f_2$

Clave D

Resolución de problemas

25. Fracción irreductible: $\frac{a}{20}$; a y 20 son PESÍ.

$\frac{1}{4} < \frac{a}{20} < \frac{6}{5}$

$5 < a < 24$

Valores que toma a = {7; 9; 11; 13; 17; 19; 21; 23}

$\therefore$ Existen 8 fracciones.

Clave B

26. $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times 3 + x = \frac{2}{9} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} \times 21$

$$\frac{4}{5} + x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{2} - \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{25 - 8}{10} = \frac{17}{10}$$

$$\therefore x = \frac{17}{10}$$

Clave D

27. Fracción: $\frac{a}{b} = \frac{n + 1}{n}$; donde: $a > b$

$\Rightarrow \frac{n + 1}{n} + 2 = \frac{n + 1 + 8}{n}$

$n + 1 + 2n = n + 9$

$2n = 8$

$n = 4$

$\therefore a + b = 2n + 1 = 9$

Clave B

28. Fracción: $\frac{a}{b} = \frac{3k}{7k}$

$\Rightarrow 7k - 3k = 28$

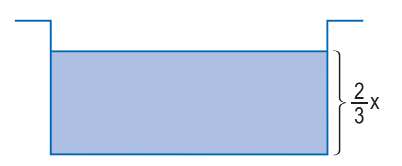
$4k = 28$

$k = 7$

$\therefore 7k + 3k = 10k = 70$

Clave D

29. Sea la capacidad de la piscina: x



$\frac{2}{3}x - 21\,000 = \frac{3}{8}x$

$\frac{2}{3}x - \frac{3}{8}x = 21\,000$

$\frac{16x - 9x}{24} = 21\,000$

$\frac{7x}{24} = 21\,000 \Rightarrow x = 72\,000$

Falta para llenarla:

$\frac{x}{3} = \frac{72\,000}{3} = 24\,000$ L

Clave C

30.

Gastó	No gastó
$\frac{1}{3}x$	x

Piden:

Total $= \frac{1}{3}x + x = \frac{4x}{3}$

$\frac{\text{Gastó}}{\text{Total}} = \frac{\frac{1}{3}x}{\frac{4}{3}x} = \frac{1}{4}$

Clave B

31. Tenía al inicio: 9x

Gasta	(Queda) No gasta	Gana
3x	6x	$\frac{1}{3}(6x) = 2x$

Queda al final: 8x
La pérdida será:
9x – 8x = 12
x = 12

Tenía al principio:
9(12) = S/.108

Clave A

MARATÓN MATEMÁTICA (página 45)

1. $S = 18 . 0 + 18 . 1 + 18 . 2 + 18 . 3 + 18 . 4$

$S = 18(1 + 2 + 3 + 4)$

$S = 18 . \dfrac{4 . (4 + 1)}{2} = 36 . 5 = 180$

Clave D

2. Sea el número: $N = \overset{\circ}{2} \wedge N = \overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow N = \overset{\circ}{6} = 6k$

Por dato:

$20 < 6k < 30$

$3,3 < k < 5$

$\hookrightarrow 4$

$\therefore N = 6k = 6(4) = 24$

Clave C

3. $\overline{ab} = \overset{\circ}{7}$

$\overset{\circ}{7}$: ...–14; –7; 0; 7 ; 14; ... ; 98; 105; ...

$\downarrow$ $\downarrow$

7×2 7×14

$\overline{ab}$: 7×2; 7×3; ...; 7×14

$\therefore$ Hay 13 números de dos cifras $\overset{\circ}{7}$.

Clave E

4. $M = 32 . 15^n = 2^5 . 3^n . 5^n$

$CD_M = 6(n + 1)(n + 1)$

$CD_{NO\ SIMPLES} = 6(n + 1)^2 - \underbrace{4}_{\text{Divisores simples}} = 20$

$\Rightarrow 6(n + 1)^2 = 20 + 4$

$(n + 1)^2 = 4$

$\therefore n = 1$

Clave B

5. $\overline{abab} = \overset{\circ}{37}$; $a > b$

$\overline{abab} = \overset{\circ}{37}$

$1000a + 100b + 10a + b = \overset{\circ}{37}$

$11a + 27b = \overset{\circ}{37}$

$11a - 10b = \overset{\circ}{37}$

$\downarrow$ $\downarrow$

7 4

$\Rightarrow a + b = 7 + 4 = 11$

Clave B

6. $A = 8^k + 8^{k+2}$

$A = 8^k(1 + 8^2)$

$A = 65 . 8^k$

$A = 13 . 5 . 2^{3k}$

$(1 + 1)(1 + 1)(3k + 1) = 88$

$3k + 1 = 22$

$3k = 21 \Rightarrow k = 7$

$8^{k+2} = 8^9 = 2^{27}$

$CD(2^{27}) = (27 + 1) = 28$

$\therefore 8^{k+2}$ tiene 28 divisores.

Clave A

7. $A = 12 . 45^n = 2^2 . 3 . (3^2 . 5)^n$

$A = 2^2 . 3^{2n+1} . 5^n$

$B = 12^n . 45 = (2^2 . 3)^n . (3^2 . 5)$

$B = 2^{2n} . 3^{n+2} . 5$

$N = MCM(A; B) = 2^{2n} . 3^{2n+1} . 5^n$

$CD(N) = (2n + 1)(2n + 1 + 1)(n + 1)$

Por dato:

$90 = (2n + 1) . 2(n + 1)(n + 1)$

$45 = (2n + 1)(n + 1)^2$

$5 . 3^2 = (2n + 1)(n + 1)^2$

$\Rightarrow 3 = n + 1$

$\therefore n = 2$

Clave B

8. Sean A y B los números.

Datos:

$A + B = 224$ ...(1)

$MCD(A; B) = 56$ ...(2)

De la ecuación (2):

$A = 56m \wedge B = 56n$ (m y n son PESÍ)

Reemplazando en (1):

$56m + 56n = 224$

$m + n = 4$

$\downarrow$ $\downarrow$

1 3

$\Rightarrow A = 56 \wedge B = 168$

Clave B

9. $x + \dfrac{3}{5} \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{4}$

$x + \dfrac{3}{7} = \dfrac{2}{4}$

$x = \dfrac{2}{4} - \dfrac{3}{7}$

$x = \dfrac{1}{14}$

Clave D

10. Gastó No gastó

$\dfrac{1}{3}x$ x

Piden:

$\text{Total} = \dfrac{1}{3}x + x = \dfrac{4x}{3}$

$\dfrac{\text{Gastó}}{\text{Total}} = \dfrac{\frac{1}{3}x}{\frac{4}{3}x} = \dfrac{1}{4}$

Clave B

11. Sea la edad de Teresa: x

$9\left(\dfrac{x}{5}\right) = 63$

$\therefore x = 35$ años

Clave D

12. $\dfrac{a}{9} + \dfrac{b}{5} = 3,0\widehat{6}$

$\dfrac{5a + 9b}{45} = \dfrac{276}{90}$

$5a + 9b = 138$

$\downarrow$ $\downarrow$

24 2

15 7

6 12

a: 6; 15; 24

Nos piden: $6 + 15 + 24 = 45$

Clave E

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 50) Unidad 3

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4. I. V

$43^{23+25} = 43^{48} = \overset{\circ}{43^2} \Rightarrow$ cuadrado perfecto

II. V

III. F

$2^{27} = \overset{\circ}{2^3} \Rightarrow$ cubo perfecto

Clave C

5. a) V

Si $N = k^2$, entonces N: $\underbrace{16;\ 25}_{2 \text{ valores}}$

b) F

Si $N = k^3$, entonces N: $\underbrace{27}_{1 \text{ valor}}$

c) F

No hay potencias perfectas de grado 6 en ese intervalo.

Resolución de problemas

6. $N \cdot 168 = k^2$

$N \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 3 = k^2$

Los exponentes de 2; 7 y 3 deben ser $\overset{\circ}{2}$.

$\Rightarrow N = 2 \cdot 7 \cdot 3$

$\therefore N = 42$

Clave C

7. $N \cdot 96 = k^2$

$N \cdot 2^5 \cdot 3 = k^2$

Los exponentes de 2 y 3 deben ser $\overset{\circ}{2}$.

$\Rightarrow N = 2 \cdot 3$

$\therefore N = 6$

Clave D

8. $\overline{4ab5} = k^2$

$b = 2 \quad \wedge \quad a \in \{0; 2; 6\}$

Además: $\overline{4a} = n(n+1)$

$\Rightarrow n = 6 \quad \wedge \quad n(n+1) = 42$

$\Rightarrow a = 2$

$\therefore a \cdot b = 2 \cdot 2 = 4$

Clave B

9. $\overline{1ab} = k^3$

Para: $k = 4$

$\overline{1ab} = 64$ (No cumple)

Para: $k = 5$

$\overline{1ab} = 125$ (Cumple)

Para: $k = 6$

$\overline{1ab} = 216$ (No cumple)

Se tiene que para valores de k mayores que 6, no van a cumplir la condición.

$\Rightarrow a = 2 \wedge b = 5$

Piden: $a + b = 2 + 5 = 7$

Clave C

10. $\overline{abcd} = k^3$

$1000 \le k^3 < 10\,000$

$10 \le k < 21{,}54...$

$\downarrow$

$10; 11; 12; ...; 21$

n°. de términos $= 21 - 9 = 12$

Por lo tanto: existen 12 números cubos perfectos de 4 cifras.

Clave C

Nivel 2 (página 50) Unidad 3

Comunicación matemática

11.

12.

Razonamiento y demostración

13. a) F

$\overline{a00b} = k^3 \Rightarrow a = n^3$

$b \to 0$; $a \to 1, 8$

$(a + b)_{máx.} = 8 + 0 = 8$

b) V

$N = 1 + 3 + 5 + ... + 87 = 44^2$ $\downarrow$ cuadrado perfecto

c) V

$N = 1 + 2^3 + 3^3 + ... + 9^3 = 45^2$ $\downarrow$ cuadrado perfecto

14. Se sabe que si a es impar, entonces b = 7 y si a es par, entonces b es 2, luego:

I. F

II. V

III. V

Clave D

Resolución de problemas

15. Sea A el número menor:

$1232 \cdot A = k^2$

$2^4 \times 7 \times 11 \times A = k^2$

$\Rightarrow A = 7 \times 11$

$\therefore A = 77$

Clave C

16. $8 < k^3 < 216$

$2 < k < 6 \Rightarrow k: \{3; 4; 5\}$

Hay: 3 cubos perfectos

Clave D

17. $10\,000 \le k^3 < 100\,000$

$21{,}5 \le k < 46{,}4$

$\therefore$ Existen $k = 46 - 21 = 25$ números.

Clave A

18. Sea A el número menor:

$6! \times A = k^2$

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times A = k^2$

$2^4 \times 3^2 \times 5 \cdot A = k^2$

$\downarrow$ 5

$\therefore A = 5$

Clave B

19. $\sqrt[2]{N}$ | k; $r_{máx.}$

$r_{máx} = 24$

Por teoría:

$r_{máx.} = 2k = 24$

$\Rightarrow k = 12$

$N = 12^2 + 24 = 168$

$\therefore \Sigma$ cifras: $1 + 6 + 8 = 15$

Clave D

20. Sea el número: N

$N = k^3 + r_{máx.}$

$\downarrow$ 720

Por teoría:

$720 = 3k(k+1)$

$240 = \underbrace{k(k+1)}_{15\ \ 16} \Rightarrow k = 15$

Reemplazando:

$N = 15^3 + 720 = 4095$

Clave B

Nivel 3 (página 51) Unidad 3

Comunicación matemática

21. (fila 1: 1 círculo $\to 1$; fila 2: $\to 3$; fila 3: $\to 5$; ... ; base: $\to 2n - 1$)

Del enunciado:

$\underbrace{1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1)}_{169 = n^2} = n^2$

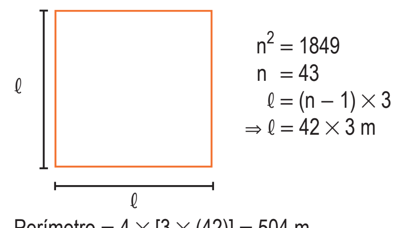
$\Rightarrow n = 13$

En la base se deben colocar:

$2n - 1 = 2(13) - 1 = 25$

Clave B

22. Sea n el n.° de árboles por lado y ℓ la longitud del lado.



$n^2 = 1849$

$n = 43$

$\ell = (n - 1) \times 3$

$\Rightarrow \ell = 42 \times 3$ m

Perímetro $= 4 \times [3 \times (42)] = 504$ m

Clave C

Razonamiento y demostración

23. a) V

$\sqrt{\overline{6ab}}$ | 2 ($\sqrt{6}$ ↓ 2)

b) V

$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

c) V

24. I. V

Como: $\overline{mnpq(r+1)(2r)} = k^2 = \overset{\circ}{2}$

$\Rightarrow \overline{mnpq}\ \overline{(r+1)(2r)} = \overset{\circ}{4}$

$\overline{(r+1)(2r)} = \overset{\circ}{4}$

II. F

$k^3 = \overline{3ab}$

$6^3 = 216$ ×

$7^3 = 343$ ✓

$8^3 = 512$ ×

$\Rightarrow k + 7 = 7 + 7 = 14$

III. V

$\overline{(x5)}^2 + 5^2 = \overline{6mn}$

$\overline{[x(x+1)]25} + 25 = \overline{6mn}$

$\overline{[x(x+1)]50} = \overline{6mn}$

$\Rightarrow x = 2, m = 5; n = 0$

Luego: $x + m + n = 2 + 5 + 0 = 7$

Clave B

Resolución de problemas

25. $\overline{abcabc}_{(5)} = k^2$

$\overline{abc}_{(5)} . 5^3 + \overline{abc}_{(5)} = k^2$

$125\overline{abc}_{(5)} + \overline{abc}_{(5)} = k^2$

$126\overline{abc}_{(5)} = k^2$

$3^2 . 7 . 2$ ↓ $7 . 2 . n^2$

$\Rightarrow \overline{abc}_{(5)} = 14n^2$

$100_{(5)} \leq \overline{abc}_{(5)} \leq 444_{(5)}$

$25 < 14n^2 < 124$

$1,336 < n < 2,976$

↓ 2

$\overline{abc}_{(5)} = 14 . 2^2 = 56$

$25a + 5b + c = 56$

↓ 2, ↓ 1, ↓ 1

$\therefore a + b + c = 4$

Clave A

26. El número: $\overline{ab(2a)(2b)}$

$3 \times \overline{ab(2a)(2b)} = k^2$

Descomponemos polinómicamente:

$3(1020a + 102b) = k^2$

$3060a + 306b = k^2$

$306(10a + b) = k^2$

Cumple para:

$k = 102$

$\Rightarrow 3468 = \overline{ab(2a)(2b)}$

$\Rightarrow a = 3 \wedge b = 4$

$\therefore a + b = 7$

Clave D

27. Analizando los exponentes:

$\overline{a3(a-1)} \quad \wedge \quad \overline{(a-1)b(2a)}$ ... (1)

↓ 2, 3, 4

Además, los exponentes tienen que ser $\overset{\circ}{3}$.

Si a = 2:
$\overline{a3(a-1)} = 231 = \overset{\circ}{3}$

Si a = 3:
$\overline{a3(a-1)} = 332 \neq \overset{\circ}{3}$

Si a = 4:
$\overline{a3(a-1)} = 433 \neq \overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow a = 2$

Reemplazando el valor de a en (1):

$\overline{(a-1)b(2a)} = \overline{1b4} = \overset{\circ}{3}$

Luego:

$1 + b + 4 = \overset{\circ}{3} \Rightarrow b + 5 = \overset{\circ}{3} \Rightarrow b_{máx.} = 7$

$\Rightarrow (a + b)_{máx.} = 9$

Clave D

28. $N = \overline{a(2a+1)00} = k^2$

$\Rightarrow \overline{a(2a+1)} = n^2$

1	3
2	5
3	7
4	9

$\Rightarrow a = 2$ o $a = 4$

Si a = 2:
$\overline{a(2a+1)00} = 2500 = \overset{\circ}{125}$ (no cumple)

Si a = 4:
$\overline{a(2a+1)00} = 4900 \neq \overset{\circ}{125}$

$\Rightarrow a = 4$

Piden:

$\sqrt{\overline{a(2a+1)00}} = \sqrt{4900} = 70$

Clave B

29. $\overline{a(a+1)(a+2)(3a)(a+3)}$

a = 1; 2; 3

Para a = 3 el numeral tiene una cantidad impar de divisores:

$34\,596 = 2^2 . 3^2 . 31^2 \Rightarrow CD = 3 . 3 . 3 = 27$

$\Rightarrow \overline{a(2a)(3a)} = 369$

$\sqrt{369}$ | 20
31

$\therefore r_e = 31$

Clave C

30. $\left(\overline{(b+1)(a+1)a}\right)^2 = \overline{(a+1)ab(a+1)a}$

$a \in \{0; 1; 5; 6\}$

Analizando para a = 6 cumple la igualdad.

$\Rightarrow \overline{(b+1)76}^2 = \overline{76b76}$

$\Rightarrow b = 1$

$276^2 = 76\,176$

$\therefore a + b = 6 + 1 = 7$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 54) Unidad 3

Comunicación matemática

1.
2.
3. Espacio usado: 500 – 350 = 150 GB
Espacio disponible: 350 GB
Piden: $\frac{150}{350} = \frac{3}{7}$

Razonamiento y demostración

4. A) V
$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{A+C}{B+D} = \frac{A}{B}$

B) V
$\frac{A^2}{B^2} = \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{A^2 - B^2}{B^2} = \frac{C-D}{D}$

$\Rightarrow \frac{(A+B)D}{B^2} = \frac{C-D}{A-B}$

C) F
$B - D = B - A \Rightarrow A = D$

5. A) F
$A = DK^3$
$B = DK^2$
$C = DK$

B) V
$\frac{A}{B} = \frac{35}{D} = \frac{E+1}{3} = 5 \Rightarrow D = 7, E = 14$
$\therefore D + E = 7 + 14 = 21$

C) V
$\frac{A^2}{2} = \frac{B^3}{3} = \frac{C}{5} = 72 \Rightarrow B^3 = 3 \times 72$
$B = 6$

Resolución de problemas

6. $\frac{a}{b} = \frac{13k}{7k} \quad \wedge \quad a - b = 72$

$\Rightarrow 13k - 7k = 72$
$6k = 72$
$k = 12$

El menor es: 7(12) = 84

Clave B

7. $\frac{a}{b} = \frac{8k}{3k} \quad \wedge \quad a - b = 70$

$\Rightarrow 8k - 3k = 70$
$k = 14$

El mayor es: 8(14) = 112

Clave C

8. $\frac{a}{b} = \frac{7k}{13k} \quad \wedge \quad b - a = 42$

$\Rightarrow 13k - 7k = 42$
$6k = 42$
$k = 7$
$\therefore a + b = 13k + 7k = 20k = 20(7) = 140$

Clave B

9. $\frac{A}{B} = \frac{6k}{11k} \quad \wedge \quad 11k - 6k = 60$
$5k = 60$
$k = 12$

El mayor es: 11k = 11(12) = 132

Clave C

10. $\frac{a}{b} = \frac{8k}{15k} \quad \wedge \quad a + b = 138$
$\Rightarrow 15k + 8k = 138$
$k = 6$
$\therefore b - a = 15k - 8k = 42$

Clave E

Nivel 2 (página 55) Unidad 3

Comunicación matemática

11. n.° carritos rojos: 7
n.° carritos azules: 5
Piden: $\frac{7}{5}$

12. A) 32 – 4 = 28
B) $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

Razonamiento y demostración

13. A) V
$\frac{A+C+E}{B+D+F} = K = \frac{A+E}{B+F}$

B) F
$\frac{A^2}{B^2} = \frac{C^2}{D^2} = \frac{E^2}{F^2} = K^2$

$\Rightarrow \frac{A^2 \times C^2}{B^2 \times D^2} = (K^2)^2 = \frac{E^4}{F^4}$

C) F
$A = BK$
$E = FK$
$C = DK$
$\Rightarrow A - E + C = BK - FK + DK$
$= K(B - F + D)$
$\frac{A-E+C}{B-F+D} = K < K^2; K > 1$

14. I. V
$\frac{C}{D} = \frac{D}{B}$
⇒ D es la media proporcional de C y B.

II. V
$\frac{A}{B} + 2 = \frac{C}{D} + 2 \Rightarrow \frac{A+2B}{B} = \frac{C+2D}{D}$

III. V
$\frac{A}{B} + \frac{7}{D} + 1 = \frac{C}{D} + \frac{7}{D} + 1$

$\Rightarrow \frac{AD + 7B + BD}{BD} = \frac{C + 7 + D}{D}$

$\Rightarrow \frac{(A+B)D + 7B}{BD} = \frac{C + D + 7}{D}$

Clave E

Resolución de problemas

15.

	Presente	Futuro
Andrea	8k	8k + 12
Melissa	9k	9k + 12

$\Rightarrow 8k + 12 + 9k + 12 = 75$
$17k + 24 = 75$
$k = 3$

$\therefore 9k - 8k = 3$

Clave C

16.

	Presente	Futuro
Carol	5k	5k + 15
Roger	9k	9k + 15

$\Rightarrow 5k + 15 + 9k + 15 = 86$
$14k + 30 = 86$
$k = 4$

$\therefore 9k - 5k = 4k = 4(4) = 16$

Clave B

17. $b = \sqrt{a \cdot c}$ (b: media proporcional)
$a + c = 51$ (+)
$a - c = 45$
$2a = 96$
$a = 48$
$c = 3$

$\therefore b = \sqrt{48 \cdot 3} = 12$

Clave C

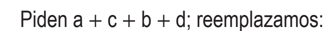
18. Proporción geométrica:
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{5}{9}$
$b + d = 162$
$a \cdot c = 1800$
$\frac{a+c}{b+d} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{a+c}{162} = \frac{5}{9}$
$\Rightarrow a + c = 90$
$(a+c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac$
$8100 = a^2 + c^2 + 3600$
$4500 = a^2 + c^2$
$(a-c)^2 = a^2 + c^2 - 2ac$
$(a-c)^2 = 4500 - 2(1800)$
$(a-c)^2 = 900$
$a - c = 30$

Clave C

19. $\frac{27}{a} = \frac{b}{70} = \frac{15}{c} = \frac{d}{14} = k$

$a = \frac{27}{k}$, $b = 70k$, $c = \frac{15}{k}$, $d = 14k$

$b - d = 24$
$70k - 14k = 24$
$56k = 24$
$k = \frac{3}{7}$



Piden a + c + b + d; reemplazamos:

$\therefore \frac{42}{3} \,.\, 7 + 84 \,.\, \frac{3}{7} = 98 + 36 = 134$

Clave B

20. Sean a y b dos números tal que:

$a + b = 35 \qquad ...(1)$

$\frac{a+15}{b-15} = \frac{b}{a}, (a > b) \qquad ...(2)$

De (2):

$a^2 + 15a = b^2 - 15b$

$15a + 15b = b^2 - a^2$

$15(a + b) = (b - a)(b + a)$

$15 = b - a \qquad ...(3)$

De (1) y (3):

$a + b = 35$

$b - a = 15 \quad (+)$

$2b = 50 \Rightarrow b = 25$

Reemplazando el valor de b en (1):

$a + 25 = 35 \Rightarrow a = 10$

$\therefore\ a \,.\, b = 250$

Clave D

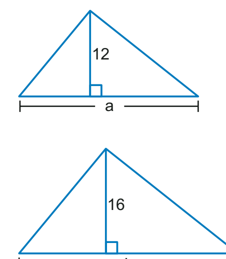
Nivel 3 (página 56) Unidad 3

Comunicación matemática

21. $\frac{950}{x} = \frac{19}{17} \Rightarrow x = 850 \text{ mL}$

- 950 ml
- 900 ml
- 850 ml
- 800 ml
- 750 ml
- 700 ml

22.



Del enunciado:

$\frac{\frac{12a}{2}}{\frac{16b}{2}} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3a}{4b} = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{20}{24}$

Clave D

Razonamiento y demostración

23. $\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$

$A \times C = B^2$ sacamos raíz

$B = \sqrt{A \times C}$

24. $A - B = B - C$

$2B = A + C$

$B = \frac{A+C}{2}$

Resolución de problemas

25. Sean a; b y c los elementos de la proporción geométrica continua.

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \qquad ...(1)$

$a \,.\, c = 625$ (dato)

De (1):

$b^2 = a \,.\, c$

$b = \sqrt{a \,.\, c}$

$b = \sqrt{625}$

$b = 25$

Clave A

26.

	Presente	Futuro
Víctor	3k	9 + 3k
Elizabeth	5k	9 + 5k

$\Rightarrow 9 + 3k + 9 + 5k = 74$

$8k = 56$

$k = 7$

$\therefore$ Elizabeth tiene 5(7) = 35 años de edad.

Clave D

27.

	Pasado	Presente	Futuro
Pamela	4k – 12	4k	4k + 4
Kimberly	7k – 12	7k	7k + 4

$\Rightarrow \frac{4k-12}{7k-12} = \frac{1}{4}$

$16k - 48 = 7k - 12$

$9k = 36$

$k = 4$

$\therefore\ 4k + 4 + 7k + 4 = 11k + 8 = 11(4) + 8 = 52$

Clave A

28. Varones: $V = 5k \quad \wedge \quad 5k + 8k = 260$

Mujeres: $M = 8k \qquad k = 20$

$\Rightarrow\ 8k - x = 5k$

$x = 3k$

$\Rightarrow x = 60$

$\therefore$ Deben retirarse 60 mujeres.

Clave B

29. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\Rightarrow a = bk \wedge c = dk$

Del dato:

$a + c = 4$

$bk + dk = 4$

$(b + d)k = 4 \qquad ...(1)$

Del dato:

$\sqrt{(bk)b} + \sqrt{(dk)d} = 20$

$b\sqrt{k} + d\sqrt{k} = 20$

$(b + d)\sqrt{k} = 20 \qquad ...(2)$

(2) ÷ (1):

$\frac{\sqrt{k}}{k} = 5$

$\sqrt{\frac{1}{k}} = 5 \Rightarrow k = \frac{1}{25}$

Clave B

30. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 5$

$\frac{a^3}{b^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{e^3}{f^3} = 5^3 \Rightarrow \frac{a^3+c^3+e^3}{b^3+d^3+f^3} = 5^3 ...(1)$

$a = 5b \wedge c = 5d \wedge e = 5f$

$\Rightarrow \frac{a \,.\, c \,.\, f}{b \,.\, d \,.\, e} = \frac{5b \,.\, 5d \,.\, f}{b \,.\, d \,.\, 5f} = 5 \qquad ...(2)$

$\frac{d}{c} = \frac{f}{e} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow \frac{d^2}{c^2} = \frac{f^2}{e^2} = \frac{1}{5^2} \Rightarrow \frac{d^2+f^2}{c^2+e^2} = \frac{1}{5^2} \qquad ...(3)$

De (1); (2) y (3):

$\Rightarrow \left(\frac{a^3+c^3+e^3}{b^3+d^3+f^3}\right)\left(\frac{a \,.\, c \,.\, f}{b \,.\, d \,.\, e}\right)\left(\frac{d^2+f^2}{c^2+e^2}\right) =$

$(5^3)(5)\left(\frac{1}{5^2}\right) = 25$

Clave B

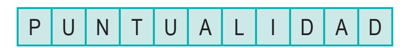
PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 59) Unidad 3

Comunicación matemática

1. Las magnitudes son:

TEMPERATURA ⇒ 1.° P; 2.° U
VOLUMEN ⇒ 3.° N
TIEMPO ⇒ 4.° T
ÁREA ⇒ 6.° A
LONGITUD ⇒ 7.° L; 8.° I
VELOCIDAD ⇒ 9.° D; 10.° A; 11.° D



2.

3.

Distancia y tiempo

Eficiencia y tiempo

n.° de horas diarias y n.° de días

n.° de obreros y n.° de días

Razonamiento y demostración

4. $\frac{A}{B} = \text{cte.}$

I. F
$\frac{2}{4} = \frac{A}{6} \Rightarrow A = 3$

II. V
$\frac{2}{1} = \frac{4}{B} \Rightarrow B = 2$

III. F
$\frac{3}{1} = \frac{6}{B} \Rightarrow B = 2$

Clave B

5.

$M \times N = \text{cte.}$

A) F
$8 \times 3 = 4 \times N$
$N = 6$

B) F
$6 \times 10 = 12 \times N$
$N = 5$

C) V
$14 \times 15 = 35 \times N$
$N = 6$

Resolución de Problemas

6.

IP DP
$$856 \begin{cases} 5 & \frac{1}{5} . 210 = 42k \\ 6 & \frac{1}{6} . 210 = 35k \\ 7 & \frac{1}{7} . 210 = 30k \end{cases}$$

$42k + 35k + 30k = 856$
$107k = 856$
$k = 8$

Luego:
$42k = 42(8) = 336$
$35k = 35(8) = 280$
$30k = 30(8) = 240$
$\therefore$ La mayor cantidad es 336.

Clave A

7.

DP
$$36\ 450 \begin{cases} 10k \\ 12k \\ 14k \\ \vdots \\ 96k \\ 98k \end{cases}$$

$(10 + 12 + \ldots + 98)k = 36\ 450$
$2430k = 36\ 450$
$k = 15$

$\therefore 62k = 62(15) = 930$

Clave C

8. $\frac{A}{\sqrt{B}} . \sqrt[3]{C} = k$

$\frac{14}{\sqrt{64}} . \sqrt[3]{64} = \frac{A}{\sqrt{4}} . \sqrt[3]{8}$

$\frac{14}{8} . 4 = \frac{A . 2}{2}$

$\therefore A = 7$

Clave A

9. $\frac{A . C . D}{B} = k$

$\Rightarrow \frac{5 . C . 2}{2C} = \frac{A . 2 . 3}{48}$

$\therefore A = 40$

Clave C

10. $\left.\begin{matrix} A \text{ DP } B^2 \\ A \text{ IP } \sqrt{C} \end{matrix}\right\} \frac{A . \sqrt{C}}{B^2} = K$

$\frac{A . \sqrt{36}}{12^2} = \frac{4 . \sqrt{16}}{8^2}$

$\frac{A . 6}{144} = \frac{4 . 4}{64}$

$\therefore A = 6$

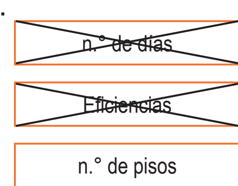
Clave B

Nivel 2 (página 60) Unidad 3

Comunicación matemática

11.

12.



n.° de pisos

Razonamiento y demostración

13.

A) F
$A \text{ DP } \frac{1}{B} \Rightarrow A \text{ IP } \left(\frac{1}{B}\right)^{-1} \Rightarrow A \text{ IP } B$

B) F
$A + B \text{ DP } C \Rightarrow \frac{A + B}{C} = \text{cte.}$

C) V
$A \text{ DP } \frac{1}{B} \Rightarrow \frac{A}{\frac{1}{B}} = A \times B = \text{cte.}$

14.

I. F
$A \text{ DP } B^2 \Rightarrow \sqrt{A} \text{ DP } B$

II. F
$A \text{ DP } B^2 \Rightarrow \sqrt{A} \text{ DP } B \Rightarrow B \text{ IP } \frac{1}{\sqrt{A}}$

III. F
$A \text{ DP } B^2 \Rightarrow \sqrt{A} \text{ DP } B$

Clave E

Resolución de problemas

15. $A \text{ IP } B^2 \Rightarrow A . B^2 = k$

$B' = B + \frac{25}{100}B = \frac{5}{4}B$

$\Rightarrow A . B^2 = (A - 36) . \left(\frac{5B}{4}\right)^2$

$A = (A - 36)\ \frac{25}{16}$

$16A = 25A - 900 \qquad \therefore A = 100$

Clave E

16.

DP DP
$$1062 \begin{cases} A \Rightarrow A^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow A = \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ B \Rightarrow B^2 = \frac{1}{50} \Rightarrow B = \frac{1}{5\sqrt{2}} \\ C \Rightarrow C^2 = \frac{1}{98} \Rightarrow C = \frac{1}{7\sqrt{2}} \end{cases}$$

$\Rightarrow A = \frac{k}{2};\quad B = \frac{k}{5};\quad C = \frac{k}{7}$

$A + B + C = 1062$

$\frac{k}{2} + \frac{k}{5} + \frac{k}{7} = 1062$

$\frac{59k}{70} = 1062 \Rightarrow k = 1260$

Piden la mayor parte repartida:

$\frac{k}{2} = \frac{1260}{2} = 630$

Clave C

17. Repartir:

$$25\,308 \overset{DP}{\begin{cases} 15^4 = 5^2 . 3^3 . 5^2 . 3 = 75\,(5^2 \times 3^3) \\ 45^2 = 5^2 . 3^3 . 3 = 3\,(5^2 \times 3^3) \\ 75^3 = 5^2 . 3^3 . 5^4 = 625\,(5^2 \times 3^3) \end{cases}}$$

$75k + 3k + 625k = 25\,308$

$703k = 25\,308$

$k = 36$

$\therefore$ La menor parte: $3k = 3(36) = 108$

Clave A

18. A^x DP $B^3 \Rightarrow \frac{A^x}{B^3} = k$

$\frac{2^x}{1^3} = \frac{4^x}{2^3} \Rightarrow 2^x . 2^3 = 2^{2x}$

$2^{x+3} = 2^{2x}$

$\Rightarrow x + 3 = 2x$

$x = 3$

$\frac{A^3}{B^3} = k \Rightarrow \frac{2^3}{1^3} = \frac{A^3}{3^3} \Rightarrow A^3 = 216$

$A = 6$

$\therefore A^2 = 36$

Clave A

19. Gasto: G

Sueldo: S

$\frac{G}{S} = K$

$S - G = A$ (Ahorro)

Si: $S = 1000 \wedge A = 600 \Rightarrow G = 400$

$\frac{400}{1000} = \frac{240}{S'}$

$S' = 600$

Ahora si: $S' = 600 \wedge G = 240$

$\Rightarrow A = S/.360$

Clave B

20. Precio: P

Peso: W

$\frac{P}{W^2} = K$

Sea el peso: 5m

$\frac{2000}{(5m)^2} = \frac{P_1}{(3m)^2} = \frac{P_2}{(2m)^2}$

$\Rightarrow P_1 = S/.720$

$\Rightarrow P_2 = S/.320$

La venta será: $720 + 320 = S/.1040$

La pérdida será: $2000 - 1040 = S/.960$

Clave D

Nivel 3 (página 60) Unidad 3

Comunicación matemática

21. $\frac{IMC \times (estatura)^2}{(peso)} = cte.$

A) IMC de Luis $\boxed{<}$ IMC de María

B) IMC de Martín $\boxed{<}$ IMC de Jorge

22.

Razonamiento y demostración

23. Sean las cantidades a repartir: A; B y C

Entonces:

$$\frac{A}{x} = \frac{B}{y} = \frac{C}{x+y} = k$$

A) F

$kx + ky + k(x + y) = L$

$2k(x + y) = L$

Como $CD(x) = CD(y) = CD(x + y) = 2$, entonces: x; x + y, y son números primos, además:

$\underbrace{x + y}_{impar} > 2$

Si: $k = \frac{13}{2}$, se tiene:

$2\left(\frac{13}{2}\right)(x + y) = L$

$\underbrace{13(x + y)}_{impar} = L$

$\Rightarrow L = \overset{\circ}{2} + 1$

B) F

$2k(x + y) = L$

$k = \frac{L}{2(x+y)}$

$k = \frac{L(x-y)}{2(x^2-y^2)}; x \neq y$

C) V

$CD(x + y) = CD(y) = 2 \Rightarrow x + y$; y son números primos

También, como: $CD(x) + 1 = 2$

$CD(x) = 1 \Rightarrow x = 1$

Luego, como 2 y 3 son los únicos números primos consecutivos, entonces:

$y = 2 \wedge 1 + y = 3$

Ahora: $2(x + y)k = L$

$k = \frac{L}{6}$

Por lo tanto, a la mayor parte le corresponde:

$(x + y)k = 3\left(\frac{L}{6}\right) = \frac{L}{2}$

24. Se tiene:

$\frac{A}{\sqrt{B}} = k \Rightarrow \frac{27}{\sqrt{9}} = 9 = k$

I. F

$\frac{\overline{aa5}}{\sqrt{\overline{bca}}} = 9 \Rightarrow \overline{aa5} = 9\sqrt{\overline{bcd}}$

Luego:

$\overline{aa5} = \overset{\circ}{9}$

$2a + 5 = \overset{\circ}{9} \Rightarrow a = 2$

Entonces:

$225 = 9\sqrt{\overline{bcd}}$

$25 = \sqrt{\overline{bcd}}$

$\overline{bcd} = 625$

$\therefore a + b + c + d = 2 + 6 + 2 + 5 = 15$

II. V

$\frac{\overline{a0}_{(9)}}{\sqrt{\overline{b(2a-1)}_{(9)}}} = 9 \Rightarrow 9a = 9\sqrt{9b + 2a - 1}$

$2a - 1 < 9$

$a < 5$

$a^2 = 9b + 2a - 1$

$(a - 1)^2 = 9b$

$a - 1 = 3\sqrt{b}$

↓

1

4

Si: $b = 1 \Rightarrow a - 1 = 3$

$a = 4$ ✓

Si: $b = 4 \Rightarrow a - 1 = 6$

$a = 7$ ×

$\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

III. V

$\frac{\overline{mn}}{\sqrt{\overline{pq}}} = 9 \Rightarrow \overline{mn} = 9\sqrt{\overline{pq}}$

Además: $MCD(\overline{mn}; \overline{pq}) = 7$

$\Rightarrow \overline{mn} = 7k \wedge \overline{pq} = 7k$

Como $\overline{pq}$ es un cuadrado perfecto, se cumple:

$\overline{pq} = \overset{\circ}{7^2} = 49r^2$

↓

1^2

2^2

$\Rightarrow \overline{pq} = 49$

Luego: $\overline{mn} = 9\sqrt{49} = 63$

$\therefore m + 2n + 3p + q = 6 + 2(3) + 3(4) + 9 = 33$

Clave C

Resolución de problemas

25. $\frac{A.C}{B^2} = k \Rightarrow \frac{18.15}{30^2} = \frac{20.27}{B^2}$

$\therefore B = 30\sqrt{2}$

Clave E

26. $\frac{(Potencia)(Años\ de\ uso)}{Capacidad} = k$

$\Rightarrow \dfrac{80 . 3}{4} = \dfrac{90 . x}{6}$

$\Rightarrow 15x = 60 \qquad \therefore x = 4$

Clave A

27. Se da la siguiente regla de proporción:

$\dfrac{P}{n.°m} \times \sqrt{Am} = k$

Donde:
P: producción
Am: antigüedad de las máquinas
n.° m: número de máquinas

En el problema:
n.° m: 15 8
Am: 9 4

$\dfrac{P_1 . \sqrt{9}}{15} = \dfrac{P_2 \sqrt{4}}{8}$

$\dfrac{P_1 . 3}{15} = \dfrac{P_2 . 2}{8} \Rightarrow \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{4}{5}$

$\therefore \dfrac{P_1 + P_2}{P_1} = \dfrac{9}{5}$

Clave D

28. $\dfrac{Precio}{Peso^2} = k$

$\dfrac{2997}{81} = k = 37$

Luego para cada pedazo:

$\dfrac{Precio_1}{Peso_1^2} = \dfrac{Precio_1}{4^2} = 37$

$\Rightarrow$ $Precio_1$ = S/.592

$\dfrac{Precio_2}{Peso_2^2} = \dfrac{Precio_2}{3^2} = 37$

$\Rightarrow$ $Precio_2$ = S/.333

$\dfrac{Precio_3}{Peso_3^2} = \dfrac{Precio_3}{2^2} = 37$

$\Rightarrow$ $Precio_3$ = S/.148

Se perderá: 2997 – (592 + 333 + 148) = 1924
Por lo tanto, se pierde S/.1924.

Clave C

29. Repartir:

	DP	IP	
895	4	1/3	⇒ 4/3 . 60k
	6	1/8	⇒ 3/4 . 60k
	9	1/10	⇒ 9/10 . 60k

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 80k \\ 45k \\ 54k \end{array}\right\} 895$

Sumamos: 80k + 45k + 54k = 895
179k = 895
k = 5

Piden: 80k – 45k = 35k = 35(5) = 175

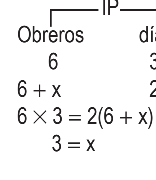
Clave E

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 64) Unidad 3

Comunicación matemática

1.



IP	
Obreros	días
6	3
6 + x	2

$6 \times 3 = 2(6 + x)$

$3 = x$

2.

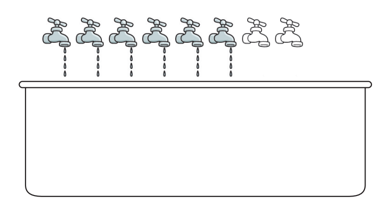
Precio (S/.)	Tiempo (horas)
105	$1 \text{ y } \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
x	2

$\frac{3}{2}x = 2 \times 105$

$x = 140$

Respuesta: S/.140

3.



Razonamiento y demostración

4.

Kilómetros	Tiempo (horas)
195	3
325	T_1
260	T_2
130	T_3

A) F

$T_1 = \frac{325 \times 3}{195} = 5$ horas

B) F

$T_2 = \frac{260 \times 3}{195} = 4$ horas

C) V

$T_3 = \frac{130 \times 3}{195} = 2$ horas

5.

Área (m^2)	Tiempo (días)
64	3
96	T_1
480	T_2
160	T_3

A) F

$T_1 = \frac{96 \times 3}{64} = 4{,}5$

B) F

$T_2 = \frac{480 \times 3}{64} = 22{,}5$

C) V

$T_3 = \frac{160 \times 3}{64} = 7{,}5$

Resolución de problemas

6. 15 días — x h/d

21 días — (x – 2) h/d

$15x = 21(x - 2)$

$x = 7$

$\Rightarrow x - 2 = 5$ h/d

Clave A

7. 7 días — x h/d

11 días — (x – 4) h/d

$7x = 11(x - 4)$

$\Rightarrow x = 11$

Piden:

$x - 4 = 11 - 4 = 7$ h/d

Clave B

8.

IP		DP
Obreros	Días	Obra
120	36	36m
110	x	11m

$\frac{120 \;.\; 36}{36m} = \frac{110 \;.\; x}{11m} \Rightarrow x = 12$

El retraso será: $(25 + 12) - 36 = 1$ día

Clave A

9.

DP		IP	IP
Obra	Obreros	Días	h/d
4m	28	7d	2a
m	(28 + x)	2d	a

$\frac{28 \;.\; 7d \;.\; 2a}{4m} = \frac{(28 + x)(2d)a}{m}$

$\therefore x = 21$

Clave B

10. DP

Área total	Costo
6	100
13,5	x

$6 \;.\; x = 13{,}5 \;.\; 100$

$x = \frac{13{,}5 \;.\; 100}{6}$

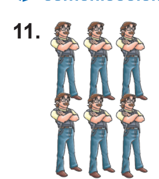
$\therefore x = \$225$

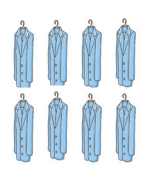
Clave A

Nivel 2 (página 64) Unidad 3

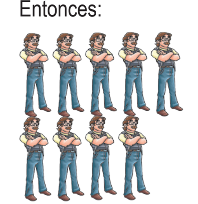
Comunicación matemática

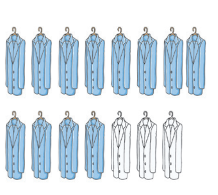
11.





Entonces:





12. S/. 425

Razonamiento y demostración

13.

n.° de obreros	Área (m^2)	n.° de días
10	60	3
8	A	3

$\frac{60}{10 \times 3} = \frac{A}{8 \times 3} \Rightarrow A = 48\ m^2$

$\therefore$ Es necesario utilizar ambos datos.

Clave C

14.

n.° de hombres	h/d	Tiempo (días)
20	9	15
H	6	25

$H \times 6 \times 25 = 20 \times 9 \times 15$

$H = 18$

$\therefore$ La información I es suficiente.

Clave A

Resolución de problemas

15. $\frac{(2)^3}{40} = \frac{(5)^3}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 5^3}{2^3} \Rightarrow x = 625$

$\therefore$ Se venderá en S/.625.

Clave A

16. $\frac{(2)^3}{24} = \frac{(3)^3}{x}$

$x = \frac{24 \cdot 3^3}{2^3} \Rightarrow x = 81$

$\therefore$ Entrarían 81 canicas.

Clave E

17. $\frac{90}{\pi r^2} = \frac{x}{\pi (2r)^2}$

$90 \cdot 4 = x$

$360 = x$

$\therefore$ Tendrá que pagar 360 – 90 = S/.270 más.

Clave E

18.

IP		DP
n.° hombres	Días	Provisiones
2250	29	$\frac{29}{70}$
2050	x	$\frac{41}{70}$

$\frac{2250 \cdot 29}{\frac{29}{70}} = \frac{2050 \cdot x}{\frac{41}{70}} \quad \therefore\ x = 45$ días

Clave E

19. DP

Área total	Precio
$6 \cdot (10)^2$	2400
$6 \cdot (15)^2$	x

$6 \cdot (10)^2 \cdot x = 6\,(15)^2 \cdot 2400$

$x = (15)^2 \cdot 24$

$\therefore\ x =$ S/.5400

Clave B

20. DP

Volumen	Tiempo
32^3	44
$(128)^3$	x

$x \cdot 32^3 = 128^3 \cdot 44$

$\Rightarrow x = \frac{128^3 \cdot 44}{32^3}$

$\therefore x = 2816$

Clave C

Nivel 3 (página 65) Unidad 3

Comunicación matemática

21.

Tiempo (h)	Recorrido (km)
3	180
t	300

$180t = 3 \times 300$

$t = 5$

Tiempo total: 3 + 5 = 8 horas

22.

Obreros	Tiempo	Obra
20	7	150
35	t	300

$\frac{35 \times t}{300} = \frac{7 \times 20}{150} \Rightarrow t = 8$ días

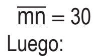
Razonamiento y demostración

23. Usando I:

n.° de trabajadores	Tiempo (días)
$\overline{mn}$	9
$\overline{mn} + 15$	6

$9\overline{mn} = 6\,(\overline{mn} + 15)$

$3\overline{mn} = 90$



$\overline{mn} = 30$

Luego:

n.° de trabajadores	Tiempo (días)
30	9
18	t

$18t = 30 \times 9$

$t = 15$ días

Usando II.

n.° de trabajadores	Tiempo (días)
$\overline{mn}$	9
27	10

$9\overline{mn} = 27 \times 10$

$\overline{mn} = 30$

∴ Cada una de las informaciones por separada es suficiente.

Clave C

24. Usando I y II:

En el numeral: $\overline{(p^2)0}$

$\downarrow$

1^2

2^2

p: 2; 3 $\quad 3^2$

Además:

$\dfrac{p^2 - q^2 - 1}{2} = k \in \mathbb{Z}^+ \wedge \dfrac{p + q - q^4}{r} \in \mathbb{Z}^-$

$p^2 - q^2 = 2k + 1 \in \mathbb{Z}^+$

↓ ↓

impar par

par impar

Como $p > q$ y ambos son números primos, entonces $q = 2$ (par primo).

Luego: $p = 3 \wedge r = 11$

n.° obreros	h/d	Obra (m)	Tiempo (días)
9	10	90	6
n	9	216	9

$n = \dfrac{9 \times 10 \times 6 \times 216}{90 \times 9 \times 9}$

$n = 16$

Clave C

Resolución de problemas

25. Soldados (IP) Por semana

x $\quad$ 18

x – 40 $\quad$ 28

$18(x) = 28(x - 40)$

$18x = 28x - 40 . 28$

$x = 112$

∴ Quedan $112 - 40 = 72$ soldados.

Clave C

26.

n.° ag.	Efic.	Área	n.° días
54	1	1254	84
27	3	6270	x

$\Rightarrow \dfrac{54 . 1 . 84}{1254} = \dfrac{27 . x . 3}{6270}$

$\Rightarrow x . 9 . 1254 = 54 . 28 . 2090$

$\therefore x = 280$

Clave E

27.

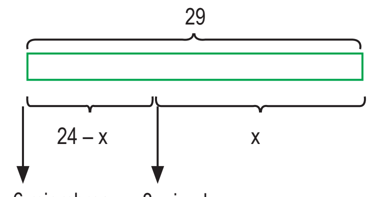
	IP	
	Rapidez	Días
Juan	2	
Héctor	1	x
Juntos	3	18

$1 . x = 3 . 18$

$\therefore x = 54$ días

Clave B

28. Sea x los días que duró la visita.



$6.29 = 6(24 - x) + 8x$

$174 = 144 - 6x + 8x$

$30 = 2x$

$\therefore x = 15$ días

Clave C

29.

	IP	IP	DP
n.° pág.	n.° líneas	n.° palabras	n.° días
125	36	11	5
x	30	12	6

$\Rightarrow x = 125 . \dfrac{36}{30} . \dfrac{11}{12} . \dfrac{6}{5}$

$\therefore x = 165$

Clave A

30. Sean los rendimientos: R_1 y R_2

Luego: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{1k}{4k} \Rightarrow R_1 = k$

$R_2 = 4k$

IP	
Rendimiento	Días
5k	80
4k	x

$4k . x = 5k . 80$

$x = \dfrac{5 \times 80}{4} = 100$ días

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 69) Unidad 3

Comunicación matemática

1.

2.

3.

75% de 100	2	3	6
25% de 400	7	4	5
50% de 48	1	0	0
	8	9	0

Razonamiento y demostración

4.

A) V

$30\%(500) = 25\%(500) + 5\%(500)$

$= 25\%(500) + 25$

B) F

$5\%\ 2\%\ 40\%(25) = \frac{5}{100} \times \frac{2}{100} \times \frac{40}{100} \times 25$

$= 0{,}01$

C) V

$12\%(77) - 2\%(77) = 10\%(77)$

$= \frac{10}{100} \times 77 = 7{,}7$

5.

A) V

$30\%(20) = \frac{30}{100} \times 20 = \frac{20}{100}(30)$

$= 20\%(30) = 6$

B) F

$9\%(99) = \frac{9}{100} \times 99 = \frac{891}{100} = 8{,}91$

C) F

$5\%5\%5\%N = 0{,}0125\%N$

Resolución de problemas

6. $\left(\frac{1}{x-8}\right)\% \ .\ 800 = 4$

$\frac{1}{(x-8)} \cdot \frac{1}{100} \ .\ 800 = 4$

$\frac{1}{(x-8)} \ .\ 8 = 4$

$2 = x - 8$

$\therefore x = 10$

Clave C

7. $(4n-2)\% \ .\ 9000 = 1260$

$\frac{(4n-2)}{100} \ .\ 9000 = 1260$

$(4n-2) \ .\ 90 = 1260$

$4n - 2 = 14$

$\therefore\ n = 4$

Clave C

8. $x\% \ .\ 24\,200 = 1210$

$\frac{x}{100} \ .\ 24\,200 = 1210$

$x \ .\ 242 = 1210$

$\therefore x = 5$

Clave A

9. $\frac{A}{100} \ .\ 2600 = 650$

$\Rightarrow A = 25$

$\frac{B}{100} \ .\ 4000 = 640$

$\Rightarrow B = 16$

$\frac{C}{100} \ .\ 6000 = 840$

$\Rightarrow C = 14$

$\therefore\ A + B + C = 25 + 16 + 14 = 55$

Clave E

10. $\frac{x}{100} \ .\ 400 = 72$

$\Rightarrow x = 18$

$\frac{y}{100} \ .\ 900 = 135$

$\Rightarrow y = 15$

$\therefore x + y = 18 + 15 = 33$

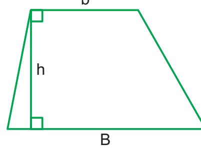
Clave D

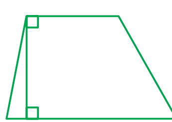
Nivel 2 (página 69) Unidad 3

Comunicación matemática

11.

12. $A_1 = h\left(\frac{b+B}{2}\right)$





$A_2 = \frac{80\%h(75\%b + 75\%B)}{2}$

$A_2 = 80\%\ 75\% \frac{h(b+B)}{2}$

$A_2 = 60\%\ A_1$

Luego: $\frac{60\%A_1 - A_1}{A_1} = -40\%$

$\therefore$ Disminuye en un 40%

Razonamiento y demostración

13.

A) V

$1\%P + 3\%P + 5\%P = 2(4\%P)$

$8\%P = 2(4\%P)$

B) F

$N + 5\%N = 100\%N + 5\%N = 105\%N$

C) F

$0{,}7\%A = \frac{0{,}7}{100}$

$= 0{,}07A < 0{,}7A$

14.

A) V

$2^2\%(2^2) = 4\%(4)$

$= 1\%(16) \geq 1\%(16)$

B) V

$5\%(8) = \frac{5}{100} \times 8$

$= \frac{8}{100} \times 5 = 5 \times (0{,}08)$

C) V

$\sqrt{7}\,\%\left(\sqrt{21}\right) + \sqrt{3}\,\%(15)$

$= \frac{\sqrt{7}}{100}\left(\sqrt{21}\right) + \frac{\sqrt{3}}{100}(15)$

$\frac{7\sqrt{3}}{100} + \frac{15\sqrt{3}}{100} = \frac{22}{100} \times \sqrt{3} = 22\%\left(\sqrt{3}\right)$

Resolución de problemas

15. $\frac{(10x-20)}{100} \ .\ 30\,000 = 15\,000$

$10x - 20 = 50$

$10x = 70$

$x = 7$

Clave A

16. $\underbrace{x\%}_{\text{Tanto por ciento}} \ .\ 7200 = 360$

$72x = 360$

$x = 5$

$x\% = 5\%$

Clave D

17. Aumento único

$= (100 + 10)\%\ (100 + 50)\%\ (100 + 20)\% - 100\%$

$= 110\%\ .\ 150\%\ .\ 120\% - 100\%$

$= 198\% - 100\%$

$\therefore$ Aumento único = 98%

Clave D

18. $\frac{40\%A}{6} = \frac{50\%B}{4} = \frac{50\%C}{5} = k$

$A = 15k$

$B = 8k$

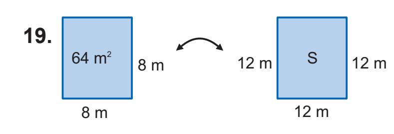
$C = 10k$

$A + C = 25k$

$B = 8k$

$\Rightarrow \frac{B}{A+C} = \frac{8}{25} \ .\ 100\% = 32\%$

Clave B

19. 

S = 64 m²   S = 144 m²

$\therefore$ Varía $= \left(\dfrac{144-64}{64}\right) . 100\% = 125\%$

Clave C

20. Consideramos a N como su sueldo del año anterior:

Al comenzar el año gana:
120%N (le aumentaron 20%)

En julio recibe:
110%(120%N) (le aumentaron 10%)

Nos piden:

$\dfrac{x}{100} . N = \dfrac{110}{100} \times \dfrac{120}{100} \times N$

$x = 132$

$x\% = 132\%$

Clave E

Nivel 3 (página 70) Unidad 3

Comunicación matemática

21. Área total $= (3r)^2\pi = 9r^2\pi$

Área sombreada $= 7(\pi r^2) = 7r^2\pi$

Piden: $\dfrac{7r^2\pi}{9r^2\pi} \times 100\% = 77{,}78\%$

22.

M = 125% 160% 150% N

M = 3N

Los números serían: 45 927; 15 309; 5103; 1701; 567; 189; 63; 21 y 7

Razonamiento y demostración

23.

A) V

$\left(\dfrac{x^2+x+1}{x-1}\right)\%\, N = k \in \mathbb{Z}^+$

$\Rightarrow [(x-1)(x+2)+3]N = 100k(x-1) \in \mathbb{Z}^+$

$[(x-1)(x+2)+3]N = \overset{\circ}{4}$

Si $x = \overset{\circ}{2}$: $(x-1)(x+2)+3$

$= (\overset{\circ}{2}-1)(\overset{\circ}{2}+2)+3 = \overset{\circ}{2}+1$

Si $x = \overset{\circ}{2}+1$: $(x-1)(x+2)+3$

$= \overset{\circ}{2}(2+3)+3 = \overset{\circ}{2}+1$

Si $x = \overset{\circ}{2}-1$: $(x-1)(x+2)+3$

$= (\overset{\circ}{2}-2)(\overset{\circ}{2}+1)+3 = \overset{\circ}{2}+1$

Luego:

$[(x-1)(x+2)+3]$ y 2 son PESÍ

$\Rightarrow$ $[(x-1)(x+2)+3]$ y 4 son PESÍ

Entonces $N = \overset{\circ}{4}$

B) V

$0,\overline{mn}\%[CA(\overline{mn})] = 0{,}1204$

$\Rightarrow 0,\overline{mn}\%\ [100 - \overline{mn}] = 0{,}1204$

$0,\overline{mn}\% \times 100 - 0,\overline{mn}\%(\overline{mn}) = 0{,}1204$

$0,\overline{mn} - (0,\overline{mn}) \times (0,\overline{mn}) = 0{,}1204$

$0,\overline{mn} - (0,\overline{mn})^2 = 0{,}1204$

$100\overline{mn} - \overline{mn}^2 = 1204$

$\overline{mn}^2 - 100\overline{mn} + 1204 = 0$

$\overline{mn}$ — -14

$\overline{mn}$ — -86

$\overline{mn} = 14 \quad \vee \quad \overline{mn} = 86$

$n - m \in \mathbb{Z}^+ \qquad n - m \notin \mathbb{Z}^+$

$\therefore m^2 + n = 5 = \overset{\circ}{5}$

C) V

$0{,}5\%N + 0{,}25\%N + 0{,}125\%N +$

$0{,}625\%N + ... = 12 - 1\%N$

$1\%N + 0{,}5\%N + 0{,}125\%N +$

$0{,}625\%N + ... = 12$

$N\%\left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^3} + \dfrac{1}{2^4} + ...\right) = 12$

$\dfrac{N}{100}\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}\right) = 12$

$\dfrac{2N}{100} = 12 \Rightarrow N = 600$

24.

A) F

$a\%\overline{mn} + a^2\%\overline{mn} + a^3\%\overline{mn} + ... + a^{27}\%\overline{mn}$

$+ p = a^{28}p - 0,\overline{mn}$

$\dfrac{\overline{mn}}{100} + \dfrac{\overline{mn}}{100} \times a + \dfrac{\overline{mn}}{100} \times a^2 + \dfrac{\overline{mn}}{100} \times a^3 +$

$... + \dfrac{\overline{mn}}{100} \times a^{27} = a^{28}p - p$

$\dfrac{\overline{mn}}{100}(1 + a + a^2 + a^3 + ... + a^{27}) = (a^{28}-1)p$

$\dfrac{\overline{mn}}{100}\left(\dfrac{a^{28}-1}{a-1}\right) = (a^{28}-1)p\,;\ a \neq 1$

$0,\overline{mn} = (a-1)p$

$\Rightarrow \underbrace{\dfrac{\overline{mn}}{100p}}_{\in \mathbb{Q}} + \underbrace{1}_{\in \mathbb{Q}} = a\,;\ a \neq 1$

$\therefore a \in \mathbb{Q} - \{1\}$

B) F

$(3\%N + 7\%N)^{[5(2\%N)]^{\sqrt[1000]{(N-90\%N)}^{N^3}+1}} = 30\%\,N$

$10\%N^{10\%N^{10\%N^{\frac{N^3}{1000}}+1}} = 3 \times (10\%N)$

$10\%N^{10\%N^{10\%N^{(10\%N)^3}}} = 3 \Rightarrow 10\%N = \sqrt[3]{3}$

$N = 10\sqrt[3]{3} \notin \mathbb{Q}$

C) F

Para p = 2 y q = 5

$2 \times 5 \times r\%\ \overline{r52} = \dfrac{10}{100} \times r \times \overline{r52}$

$= \dfrac{r \times \overline{r52}}{10}$

↓

1 cifra decimal

Resolución de problemas

25. Sea el promedio original: x

Del enunciado:

$x - N\%x = T$

$x - \dfrac{Nx}{100} = T$

$x\dfrac{(100-N)}{100} = T$

$\therefore x = \dfrac{100T}{100-N}$

Clave B

26. Sean: x e y los precios de las 2 clases de soya.

Del enunciado:

$Pv_1 = Pv_2$

$120P_{m1} = 125P_{m2}$

Luego:

$24\left(\dfrac{3k\,.\,x + 4k\,.\,y}{3k+4k}\right) = 25\left(\dfrac{4mx + 3my}{4m+3m}\right)$

$24(3x+4y) = 25(4x+3y)$

$72x + 96y = 100x + 75y$

$21y = 28x$

$\therefore \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{4}$

Clave A

27. Área inicial: A_1

$A_1 = \dfrac{b\,.\,h}{2}$

Luego:

$A_2 = \dfrac{(90\%b)\,.\,H}{2}$

Por dato: $A_2 = 120\%\,A_1$

$\dfrac{90\%b\,.\,H}{2} = 120\%\dfrac{b\,.\,h}{2}$

$H = \dfrac{4}{3}h$

El aumento será:

$H - h = \dfrac{4}{3}h - h = \dfrac{h}{3}$

$\therefore$ Entonces aumentó en su tercera parte.

Clave C

28. Para que su efectividad aumente ya no debe seguir fallando, entonces:

Tiros fallados: 9

Anotaciones: $1 + x$

$\left(\frac{9}{10 + x}\right).100\% = 75\%$

$12 = 10 + x$

$\therefore x = 2$

Clave B

29. Gana: S/.N

	Mamá	Hermano
Da:	40%N	30%60%N
Queda:	60%N	70%60%N

$\Rightarrow$ x%N = 70%60%N + 20%N

$x\% = \frac{7}{10}.\frac{6}{10} + \frac{20}{100} = \frac{62}{100}$

$\therefore$ x% = 62%

Clave C

30. $\frac{x.4 + (200 - x)4,5}{200} = P_m$ ...(1)

Del enunciado:

$3,3 = P_m - 20\%P_m = 80\%P_m$

$\Rightarrow P_m = 4,125$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$\frac{4x + 4,5(200 - x)}{200} = 4,125$

$\therefore x = 150$

Clave D

MARATÓN MATEMÁTICA (página 72)

1.

	Presente	8 años	Futuro x
A:	3k	3k + 8	3k + x
B:	5k	5k + 8	5k + x

$\Rightarrow 3k + 8 + 5k + 8 = 56$

$8k = 40$

$k = 5$

$\Rightarrow \frac{3k + x}{5k + x} = \frac{4}{5}$

$15k + 5x = 20k + 4x$

$x = 5k$

$x = 5(5) = 25$

$\therefore$ Dentro de 25 años la relación de edades será de 4 a 5.

Clave C

2. $B_{blancas}: 70$

$B_{rojas}: 80$

$\frac{70 - x}{80} = \frac{3}{5}$

$70 - x = 16 . 3$

$x = 70 - 48$

$x = 22$

$\therefore$ Se deben retirar 22 bolas blancas.

Clave B

3. $\frac{\text{Niños}}{\text{Niñas}} = \frac{2k}{5k}$

Luego de 2 horas:

$\frac{2k + 16}{5k + 10} = \frac{4}{7}$

$14k + 112 = 20k + 40$

$72 = 6k \Rightarrow k = 12$

n.° de asistentes $= 2k + 16 + 5k + 10$

$= 7k + 26$

$= 7(12) + 26$

$= 110$

Clave E

4. Sea N el número.

Entonces:

$N . 56 = k^2$ (cuadrado perfecto)

$\downarrow$

$7 . 2^3$

Luego:

$\underbrace{(7 . 2)}_{N} . 7 . 2^3 = k^2$

$\therefore N = 14$

Clave A

5. $3600 < k^2 < 10\,000$

$60^2 < k^2 < 10^4$

$60^2 < k^2 < 100^2$

Valores de k para que termine en 6:

64; 66; 74; 76; 84; 86; 94; 96

Por lo tanto, son 8 números.

Clave A

6. $\frac{a}{\frac{5}{6}} = \frac{b}{\frac{3}{8}} = \frac{c}{\frac{3}{4}} = k$

$a + b + c = 235$

$\Rightarrow \frac{5}{6}k + \frac{3}{8}k + \frac{3}{4}k = 235$

$\frac{47}{24}k = 235$

$k = 120$

$\Rightarrow a = \frac{5}{6} . 120 = 100$

$b = \frac{3}{8} . 120 = 45$

$c = \frac{3}{4} . 120 = 90$

La menor parte es: 45.

Clave B

7. 670 $\begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases}$

	DP	IP
a	7	3
b	4	2
c	5	4

$\Rightarrow \frac{3a}{7} = \frac{2b}{4} = \frac{4c}{5} = k$

$a = \frac{7k}{3}, \quad b = 2k, \quad c = \frac{5k}{4} \quad (a > b > c)$

$\frac{7k}{3} + 2k + \frac{5k}{4} = 670 \Rightarrow k = 120$

$\therefore a = 280$

Clave B

8. $\frac{A}{B^3} = k \quad \wedge \quad B . C^4 = m$

$\Rightarrow B^3 = \frac{A}{k} \quad \wedge \quad B^3 = \frac{m^3}{C^{12}}$

$\Rightarrow \frac{A}{k} = \frac{m^3}{C^{12}} \Rightarrow A . C^{12} = k . m^3 = p$

$\therefore$ A es IP a C^{12}

Clave C

9. $30 . 12 . 1 = 20 . x . 2$

$\therefore$ x = 9 días

Clave D

10.

Gasto	DP	Área
100		$6 . 1^2$
x		$6 . 1,5^2$

$\frac{100}{x} = \frac{1^2}{1,5^2}$

$\Rightarrow$ x = $225

Clave A

11. $\frac{\text{n.° leones . n.° días}}{\text{Cant. carne}} = k$

$\frac{5.30}{720} = \frac{8.25}{x}$

$\therefore$ x = 960 kg

Clave A

12. Sea V el volumen del recipiente.

Del enunciado:

$E + NE = V$

$\downarrow$

$25\%NE + NE = V$

$125\%NE = V$

$\Rightarrow NE = \frac{4}{5}V \wedge E = \frac{V}{5}$

Luego, falta llenar lo que justamente se extrae. Si se agrega 25% de lo que falta llenar:

$V_1 = \frac{4V}{5} + 25\%\left(\frac{V}{5}\right)$

$\Rightarrow V_1 = \left(\frac{17V}{20}\right) = 85\%V$

Por lo tanto, estará lleno el 85%.

Clave C

PROMEDIOS

PRACTIQUEMOS
Nivel 1 (página 77) Unidad 4
Comunicación matemática

1.

2. Sean las edades de las mujeres: M_1 y M_2.
Sean las edades de los varones: V_1; V_2 y V_3.
Del enunciado:

$$\frac{V_1+V_2+V_3+M_1+M_2}{5}=18$$

$$V_1+V_2+V_3+\underbrace{M_1+M_2}_{33}=90$$

$$\Rightarrow V_1+V_2+V_3=57$$

Luego:

$$\frac{V_1+V_2+V_3}{3}=\frac{57}{3}=19$$

3.

Razonamiento y demostración

4. A) V

$$\overline{MA}=\frac{21+23+25}{3}=23$$

es un número primo.

B) F

$\overline{MA}(12;20;31)=21$

$\overline{MA}(50;60;70)=60$

$\Rightarrow \overline{MA}(12;20;31)<\overline{MA}(50;60;70)$

C) F

$$\overline{MA}(0,3;0,9)=\frac{0,3+0,9}{2}=\frac{1,2}{2}=0,6$$

5. $M=\overline{MH}\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)=\dfrac{3}{\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)}+\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)}}$

$$=\frac{3}{2+3+4}=\frac{1}{3}$$

$$N=\overline{MA}(2;3;4)=\frac{2+3+4}{3}=3$$

$$P=\overline{MG}(4N;M)=\sqrt{4(3)\left(\frac{1}{3}\right)}=2$$

Luego:

A) V

$$\overline{MG}\left(\frac{1}{3};3\right)=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)\times 3}=1$$

$$\overline{MH}\left(\frac{1}{3};3\right)=\frac{2(3)\left(\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{3}+3}=\frac{3}{5}=0,6$$

$$\Rightarrow \overline{MG}\left(\frac{1}{3};3\right)>\overline{MH}\left(\frac{1}{3};3\right)$$

B) F

$\overline{MH}(3;3)=3$

$$\overline{MH}\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3+3}=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \overline{MH}\left(\frac{1}{M};N\right)>\overline{MH}\left(M;\frac{1}{N}\right)$$

C) F

$$\overline{MA}(P;N)=\frac{2+3}{2}=2,5>M+P$$

$$=\frac{1}{3}+2=2,3$$

Resolución de problemas

6. $\overline{MG}=\sqrt[3]{12\times 32\times 36}$

$\overline{MG}=\sqrt[3]{4\times 3\times 4\times 8\times 9\times 4}=\sqrt[3]{4^3\times 2^3\times 3^3}$

$\therefore\ \overline{MG}=4\times 2\times 3=24$

Clave E

7. $\overline{MH}=\dfrac{3}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\dfrac{3\times 6}{6+\frac{6}{2}+\frac{6}{3}}$

$$\overline{MH}=\frac{18}{6+3+2}=\frac{18}{11}$$

$$\therefore\ \overline{MH}=\frac{18}{11}$$

Clave C

8. Sean los números:

$\overline{MG}=\sqrt[7]{3\times 9\times 27\times 81\times 243\times 729\times 2187}$

$\overline{MG}=\sqrt[7]{3\times 3^2\times 3^3\times 3^4\times 3^5\times 3^6\times 3^7}$

$\overline{MG}=\sqrt[7]{3^{1+2+...+7}}$

$\therefore\ \overline{MG}=3^{\frac{7(8)}{2\times 7}}=3^4=81$

Clave C

9. Por definición, el promedio se encuentra entre el mayor y menor número.

$$12<P<18$$

Clave B

10. Del enunciado:

$85=\dfrac{S_5}{5}$ ...(1)

$100=\dfrac{S_5+x}{6}$ ...(2)

De (1): $S_5=425$

Reemplazando el valor de S_5 en (2):
$100\ .\ 6=425+x$
$600=425+x$
$\therefore\ x=175$

Clave E

Nivel 2 (página 77) Unidad 4
Comunicación matemática

11. Sean las edades de las mujeres: m_1; m_2; m_3; ...; m_6

$$\frac{m_1+m_2+m_3+...+m_6}{6}=21$$

$$m_1+m_2+m_3+...+m_6=126$$

Sean las edades de los varones: V_1, V_2; V_3

$$\frac{V_1+V_2+V_3}{3}=24$$

$$\Rightarrow V_1+V_2+V_3=72$$

Entonces:

$$\frac{m_1+m_2+m_3+...+m_6+V_1+V_2+V_3}{9}$$

$$=\frac{126+72}{9}=22$$

12. Sea P el promedio ponderado:

$$P=\frac{0,3\times 13+0,4\times 12+0,3\times x}{0,3+0,4+0,3}$$

$12=8,7+0,3x$

$\therefore x=11$

Razonamiento y demostración

13. $S_n=1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

I. F

$\overline{MG}(1;3;6)=\sqrt[3]{18}>\overline{MH}(1,3)$

$$=\frac{2(1)(3)}{1+3}=\frac{3}{2}$$

II. V

$\overline{MA}(1;2;3;...;n)$

$$=\frac{n(n+1)}{2n}<\frac{n(n+1)}{2}=S_n$$

III. V

$\overline{MG}(S_4;S_9)=15\sqrt{2}>15$

Clave D

14.

A) V

Si $n\in\mathbb{N}$, entonces:

$$\overline{MA}=\frac{n+(n+2)}{2}=n+1\in\mathbb{N}$$

B) F

Si $\{x;y;z\}\subset\mathbb{Z}^+$, entonces:

$$\overline{MA}(x;y;z)=\frac{x+y+z}{3}=\frac{2z}{3}$$

$$\overline{MA}(x;y)=\frac{x+y}{2}=\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{2}<\frac{2z}{3}$$

$\overline{MA}(x;y)<\overline{MA}(x;y;z)$

C) V

Si $\{a;b;c\}\subset\mathbb{N}$, entonces:

$x=\overline{MA}(a+1;\ b+2;c+3)$

$$x=\frac{a+1+b+2+c+3}{3}$$

$$=\frac{a+b+c}{3}+2$$

$$=\overline{MA}(a;b;c)+\sqrt{4}$$

Resolución de problemas

15. Del enunciado:

$$\frac{S_{40}}{40} = 180 \Rightarrow S_{40} = 7200$$

Si se descartan cinco números cuya suma es 200,

$$\Rightarrow P = \frac{S_{40} - 200}{35} \text{ (nuevo promedio)}$$

$$P = \frac{7200 - 200}{35} = \frac{7000}{35}$$

$\therefore$ P = 200

Clave C

16. $\overline{MA} = 56 \quad \wedge \quad \overline{MH} = 42$

$$\frac{a+b}{2} = 56 \qquad \frac{2ab}{a+b} = 42$$

$$a + b = 112 \qquad ab = 2352$$

Sabemos:

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

$$(112)^2 - 4(2352) = (a-b)^2$$

$$\therefore 56 = a - b$$

Clave C

17. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5} = k$

$$\Rightarrow \overline{MA} = \frac{2k + 3k + 4k + 5k}{4} = 21$$

$$14k = 84$$

$$k = 6$$

$$\therefore 2k + 5k = 7(6) = 42$$

Clave A

18. Sea la $\overline{MA}$:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_8}{8} = 82$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_8 = 82 \times 8 = 656$$

$$\overline{MA} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_6}{6} = \frac{656 - 230}{6}$$

$$\overline{MA} = \frac{426}{6} = 71$$

Clave B

19. $\frac{n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_{40}}{40} = 16$

$$\frac{n_1 + n_2 + ... + n_5}{5} = 18; \quad \frac{n_6 + ... + n_{20}}{15} = 12$$

$$n_1 + n_2 + ... + n_{40} = 40 \times 16$$

$$n_1 + n_2 + ... + n_{40} = 640$$

$$n_1 + n_2 + ... + n_5 = 18 \times 5 = 90$$

$$n_6 + n_7 + n_8 + ... + n_{20} = 15 \times 12 = 180$$

$$90 + 180 + n_{21} + ... + n_{40} = 640$$

$$\Rightarrow n_{21} + n_{22} + ... + n_{40} = 370$$

$$\overline{MA} = \frac{n_{21} + n_{22} + ... + n_{40}}{20} = \frac{370}{20} = 18,5$$

Clave C

20. $\text{Promedio} = \frac{12(3) + 10(5) + 11(2)}{10}$

$$\text{Promedio} = \frac{108}{10} = 10,8$$

Clave D

Nivel 3 (página 78) Unidad 4

Comunicación matemática

21.

22. Mayor promedio: $\frac{36 + 45 + 48}{3} = 43$

Menor promedio: $\dfrac{3}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45} + \frac{1}{48}}$

$$= \frac{3}{\frac{51}{720}} = 42,35$$

Razonamiento y demostración

23. $\overline{MA}(A; B) = \frac{A+B}{2}$

$$\overline{MH}(A; B) = \frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} = \frac{2AB}{A+B}$$

$$\overline{MG}(A; B) = \sqrt{AB}$$

$$\Rightarrow \overline{MA}(A; B) \times \overline{MH}(A; B) = \left(\frac{A+B}{2}\right) \times \left(\frac{2AB}{A+B}\right)$$

$$= AB$$

$$= \sqrt{AB}^2$$

$$= [\overline{MG}(A; B)]^2$$

24. Como A y B son números enteros positivos distintos, entonces:

$$0 < \left(\sqrt{B} - \sqrt{A}\right)^2$$

$$0 < B - 2\sqrt{A}\sqrt{B} + A$$

$$2\sqrt{AB} < A + B \quad ...(1)$$

$$\sqrt{AB} < \overline{MA}(A; B)$$

$$\overline{MG}(A; B) < \overline{MA}(A; B)$$

De (1):

$$\frac{2\sqrt{AB}}{A+B} < 1$$

$$\frac{2AB}{A+B} < \sqrt{AB}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} < \sqrt{AB}$$

$$\overline{MH}(A; B) < \overline{MG}(A; B)$$

$$\therefore \overline{MH}(A; B) < \overline{MG}(A; B) < \overline{MA}(A; B)$$

Resolución de Problemas

25. $13 = \frac{10 . 2 + 12 . 3 + 14 . 1 + x . 2}{2 + 3 + 1 + 2}$

$$104 = 20 + 36 + 14 + 2x$$

$$\therefore x = 17$$

Clave C

26. Sean las edades:

$$\frac{e_1 + e_2 + e_3 + ... + e_8}{8} = 16$$

$$e_1; e_2; e_3; e_4; ...; e_8 \geq 14$$

$$\frac{e_1 + 14 \times 7}{8} = 16$$

$$e_1 = 16 \times 8 - 14 \times 7$$

$$e_1 = 128 - 98 \Rightarrow \therefore e_1 = 30$$

Clave C

27. $V = 75\%M \Rightarrow \frac{V}{M} = \frac{3k}{4k}$

$$\frac{\Sigma E_V + \Sigma E_M}{V + M} = 1,57 \quad \wedge \quad \frac{\Sigma E_M}{M} = 1,54$$

$$\Sigma E_V + 1,54(4k) = 1,57(7k) \Rightarrow \Sigma E_V = 4,83k$$

Piden la estatura promedio de los varones:

$$\frac{\Sigma E_V}{V} = \frac{4,83k}{3k} = 1,61 \text{ m}$$

Clave B

28. $\Sigma_{10} = 200$

$$\Sigma_4 = 136$$

Cantidad de n.° impares de 2 cifras = 45

$$\Sigma_{45} = 11 + 13 + 15 + \; ... + 99 = 2475$$

$$\Sigma_{31} + \Sigma_{10} + \Sigma_4 = 2475$$

$$\Sigma_{31} + 200 + 136 = 2475$$

$$\Rightarrow \Sigma_{31} = 2139$$

Piden el promedio de los restantes:

$$\frac{\Sigma_{31}}{31} = \frac{2139}{31} = 69$$

Clave D

29. $\frac{a + b + c + d}{4} = 11$

$$\frac{a+b+c}{3} = k; \qquad \frac{b+c+d}{3} = k + 4$$

$$\frac{a+b+d}{3} = k + 2; \qquad \frac{c+d+a}{3} = k + 6$$

Sumando las expresiones:

$$3a + 3b + 3c + 3d = 12k + 36$$

$$3(a + b + c + d) = 12k + 36$$

$$3(44) = 12k + 36$$

$$132 = 12k + 36$$

$$12k = 96 \Rightarrow k = 8$$

$$a = 8; b = 2; c = 14 \text{ y } d = 20$$

$\therefore$ El menor número es 2.

Clave A

30. $\overline{MH}(a; b) = 3 \Rightarrow \dfrac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = 3$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{3}$ ... (1)

$\overline{MH}(a; c) = 3{,}2 \Rightarrow \dfrac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{c}} = 3{,}2$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{5}{8}$ ... (2)

$\overline{MH}(b; c) = \dfrac{48}{7} \Rightarrow \dfrac{2}{\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \dfrac{48}{7}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{7}{24}$ ... (3)

Sumamos (1); (2) y (3):

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} = \dfrac{19}{24}$

$\therefore\ \overline{MH}(a; b; c) = \dfrac{3}{\underbrace{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}_{\frac{19}{24}}} = \dfrac{3}{\frac{19}{24}} = \dfrac{72}{19}$

Clave E

31. Sean los números: a, b, c y d.

$0 < a < b < c < d$

$\sqrt[4]{a \,.\, b \,.\, c \,.\, d} = 9\sqrt{3}$

$a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = 9^4 \,.\, 3^2 = (3^2)^4 \,.\, 3^2 = 3^{10}$

$a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = 3 \,.\, 3^2 \,.\, 3^3 \,.\, 3^4$

$\Rightarrow a = 3,\ b = 9,\ c = 27$ y $d = 81$

$\therefore\ M = \dfrac{3+9+27+81}{4} = 30$

Clave D

32. Sea x: el número de obreros que tenía inicialmente la empresa.

Del enunciado:

$\dfrac{40x + 20 \,.\, 10}{x+10} = \dfrac{100}{3}$

$120x + 600 = 100x + 1000$

$20x = 400$

$\therefore x = 20$

Clave E

33.

$PA = 31$	$PA = y$	$PA_{mín.} = x$
(6)	(20)	(4)

$PA = 52$ (30) alumnos

Luego:

$\dfrac{6 \,.\, 31 + 20y + 4x}{30} = 52$

$186 + 20y + 4x = 1560$

$10y + 2x = 687$ ...(1)

↓ máx. ↓ mín.

Del enunciado:

$y \le 60 \Rightarrow y_{máx.} = 60$

Reemplazando este valor en (1):

$600 + 2x = 687$

$\therefore x = 43{,}5$

Clave C

34. $\dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} = 50$

$\Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_n = 50n$ ...(1)

Si se suprimen todos los 20, tenemos:

$\dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n - 20x}{n-x} = 50 + x$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$\dfrac{50n - 20x}{n-x} = 50 + x$ ...(3)

Además del enunciado:

$\dfrac{n}{x} = \dfrac{8}{3} \Rightarrow x = 3k \ \wedge\ n = 8k$ ...(4)

Reemplazando (4) en (3):

$\dfrac{50 \,.\, 8k - 20 \,.\, 3k}{8k - 3k} = 50 + 3k$

$\dfrac{340}{5} = 50 + 3k$

$68 = 50 + 3k$

$\Rightarrow k = 6$

$\therefore n = 8k = 8(6) = 48$

Clave E

35.

10	x	y	40 alumnos
16	17	18	17 edad promedio

$\dfrac{10 \,.\, 16 + 17x + 18y}{40} = 17$ ...(1)

Además:

$10 + x + y = 40 \Rightarrow x + y = 30$

$y = 30 - x$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$160 + 17x + 18(30 - x) = 680$

$540 - x = 520$

$\therefore x = 20$

Clave A

APLICAMOS LO APRENDIDO (página 80) Unidad 4

1.

I_i	f_i	F_i
[10,2; 11,2⟩	4	4
[11,2; 12,2⟩	5	9
[12,2; 13,2⟩	2	11
[13,2; 14,2]	1	12
	n = 12	

$R = 14{,}2 - 10{,}2 = 4$

$c = \frac{4}{4} = 1$

$F_2 + F_3 = 9 + 11 = 20$

Clave E

2. Completando la tabla de frecuencias.

I_i	f_i	F_i
[50; 60⟩	16	16
[60; 70⟩	20	36
[70; 80⟩	24	60
[80; 90⟩	22	82
[90; 100]	18	100

Piden:

$f_3 + f_4 + F_4$

$= 24 + 22 + 82 = 128$

Clave C

3.

I_i	f_i	h_i	F_i
[10; 30⟩	2	2/n	2/b
[30; 50⟩	6	6/n	8/b
[50; 70⟩	8	8/n	16/b
[70; 90]	4	4/n	20

$\frac{8}{b} = \frac{2}{b} + 6 \Rightarrow b = 1 \wedge n = 20$

$\therefore f_3 + h_1 + h_2 = 8 + 0{,}1 + 0{,}3$

$= 8{,}4$

Clave A

4. Completamos la tabla:

I_i	f_i	F_i
[10; 14⟩	18	18
[14; 18⟩	22	40
[18; 22⟩	21	61
[22; 26]	19	80

Piden:

$x + y + z + t = 22 + 40 + 19 + 18 = 99$

Clave D

5.

$\overline{X} = \frac{7b \times 350 + 32 \times 450 + 6b \times 550 + 16 \times 650}{7b + 32 + 6b + 16}$

$478 = \frac{2450b + 14\,400 + 3300b + 10\,400}{13b + 48}$

$478 = \frac{5750b + 24\,800}{13b + 48}$

$b = 4$

Piden:

$f_3 = 28 + 32 + 24 = 84$

Clave C

6. $n = 80 \Rightarrow \frac{n}{2} = 40$

I_i	f_i	F_1	
[20; 24⟩	10	10	
[24; 28⟩	16	26	
[28; 32⟩	20	46	← Me
[32; 36⟩	19	65	
[36; 40]	15	80	

$Me = 28 + 4\left(\frac{40 - 26}{20}\right)$

$Me = 30{,}8$

Clave E

7.

I_i	f_i	
[40; 60⟩	16	
[60; 80⟩	23	
[80; 100⟩	27	←Mo
[100; 120⟩	21	
[120; 140]	13	

$d_1 = 27 - 23 = 4;\ d_2 = 27 - 21 = 6$

$Mo = 80 + 20\left(\frac{4}{10}\right) = 88$

Clave E

8.

I_i	f_i	F_i	x_i
[10; 12⟩	14	14	11
[12; 14⟩	26	40	13
[14; 16⟩	24	64	15
[16; 18⟩	16	80	17

$\overline{X} = \frac{11 \times 14 + 13 \times 26 + 15 \times 24 + 17 \times 16}{80}$

$\overline{X} = 14{,}05$

Clave C

9. Ordenando de menor a mayor, tenemos:

2 3 3 4 4 4 4 6 6 6 7 7

$Mo = 4$

$Me = \frac{4 + 4}{2} = 4$

$\therefore Me - Mo = 0$

Clave B

10. 10 10 10 10 12 12 12 12 14 14 14 16 16 17

$Mo = 12$

$\overline{X} = \frac{4 \times 10 + 5 \times 12 + 3 \times 14 + 2 \times 16 + 17}{15} = 12{,}73$

$\therefore \overline{X} - Mo = 12{,}73 - 12 = 0{,}73$

Clave D

11. Del gráfico tenemos:

$\alpha_1 = 72°; \alpha_2 = 108°;$

$\alpha_3 = 144°$ y $\alpha_4 = 36°$

$\therefore \dfrac{\alpha_1 + \alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_4} = \dfrac{72° + 144°}{108° + 36°} = \dfrac{3}{2}$

Clave C

12. $n = 26$

$\Rightarrow Me = \dfrac{x_{13} + x_{14}}{2}$

20 20 20 20 20 20 20 20 24 24 24 24 24
24 24 24 24 24 24 24 30 30 30 30 36 36

$Me = \dfrac{24 + 24}{2} = 24 \wedge Mo = 24$

$\therefore Me + Mo = 24 + 24 = 48$

Clave C

13.

I_i	f_i	x_i
[300; 400⟩	6	350
[400; 500⟩	12	450
[500; 600⟩	14	550
[600; 700⟩	10	650
[700; 800]	8	750

$\overline{X} = \dfrac{6 \times 350 + 12 \times 450 + 14 \times 550 + 10 \times 650 + 8 \times 750}{50}$

$\overline{X} = 554$

Clave E

14.

I_i	x_i	f_i	F_i	
[200; 280⟩	240	10	10	
[280; 360⟩	320	16	26	
[360; 440⟩	400	22	48	
[440; 520⟩	480	32	80	← Me y Mo
[520; 600]	560	20	100	
		n = 100		

$n = 100 \Rightarrow \dfrac{n}{2} = 50$

$Me = 440 + 80\left(\dfrac{50 - 48}{32}\right) = 445$

$Mo = 440 + 80\left(\dfrac{10}{10 + 12}\right) = 476{,}36$

$\therefore Mo + Me = 476{,}36 + 445 = 921{,}36$

Clave D

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 82) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4.

A) F

$\alpha_1 = \dfrac{25}{100} \times 360° = 90°$

B) F

$\alpha_2 = \dfrac{28}{100} \times 360° = 100{,}8°$

$\alpha_1 + \alpha_2 = 190{,}8°$

C) F

$\alpha_3 = \dfrac{31}{100} \times 360° = 111{,}6° > 90°$

5.

A) V

$\alpha_1 = 90° = 100^g$

B) V

$100{,}8° + 111{,}6° + 57{,}6° = 270°$

C) V

$\alpha_3 > \alpha_1$

Resolución de problemas

6. 1; 4; 4; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 7; 8

$Me = \dfrac{5 + 6}{2} = 5{,}5$

Clave C

7. 11; 11; 12; 12; 13; 13; 13; 14; 15; 16; 16; 16; 16; 17; 17; 18

$Mo = 16$

Clave E

8. $\overline{x}_P = \dfrac{2 + 3 + 3 + 5 + 7 + 5 + 7 + 5 + 8 + 4}{10} = 4{,}9$

$\overline{x}_Q = \dfrac{6 + 7 + 5 + 2 + 7 + 1 + 7 + 6 + 4 + 2}{10} = 4{,}7$

$\overline{x}_R = \dfrac{3 + 4 + 6 + 6 + 8 + 9 + 7 + 6 + 3 + 2}{10} = 5{,}4$

$\therefore \overline{x}_R > \overline{x}_P > \overline{x}_Q$

Clave B

9. P: 2; 3; 3; 4; 5; 5; 5; 7; 7; 8

$Me_P = 5$

Q: 1; 2; 2; 4; 5; 6; 6; 7; 7; 7

$Me_Q = \dfrac{5 + 6}{2} = 5{,}5$

R: 2; 3; 3; 4; 6; 6; 6; 7; 8; 9

$Me_R = 6$

$\therefore Me_R > Me_Q > Me_P$

Clave A

10. P: 2; 3; 3; 4; 5; 5; 5; 7; 7; 8

$Mo_P = 5$

Q: 1; 2; 2; 4; 5; 6; 6; 7; 7; 7

$Mo_Q = 7$

R: 2; 3; 3; 4; 6; 6; 6; 7; 8; 9

$Mo_R = 6$

$\therefore Mo_Q > Mo_R > Mo_P$

Clave D

Nivel 2 (página 82) Unidad 4

Comunicación matemática

11. De 70 a 80: $f_i = 0$

De 80 a 90: $H_i = 0{,}75 \Rightarrow h_i = 0{,}75 - 0{,}50 = 0{,}25$

$\therefore 0{,}25(4000) = 1000$

12. $H_i = 0{,}50$

$\therefore 0{,}50(2000) = 1000$

Razonamiento y demostración

13. Si $n = 60$, entonces:

I_i	f_i	F_i	
[6; 16⟩	f_1	F_1	
[16; 26⟩	16	26	
[26; 36⟩	20	46	← Me
[36; 46⟩	9	55	
[46; 56]	5	60	

$n = 60 \Rightarrow \frac{n}{2} = 30$

A) V

$Me = 26 + 10\left(\frac{30 - 26}{20}\right) = 28$

B) F

$Mo = 26 + 10\left(\frac{4}{4 + 11}\right) = 28{,}67$

C) F

I_i	f_i	F_i	
[6; 16⟩	30	30	
[16; 26⟩	16	46	← Me
[26; 36⟩	20	66	
[36; 46⟩	9	75	
[46; 56]	5	80	

$n = 80 \Rightarrow \frac{n}{2} = 40$

$Me = 16 + 10\left(\frac{40 - 30}{16}\right) = 22{,}25$

14.

I_i	f_i	F_i	X_i	
[16; 26⟩	16	16	21	
[26; 36⟩	20	36	31	← Me y Mo
[36; 46⟩	9	45	41	
[46; 56]	5	50	51	
	n = 50			

$\frac{n}{2} = 25$; $d_1 = 4$ $d_2 = 11$

Luego:

$\overline{X} = \frac{21 \times 16 + 31 \times 20 + 41 \times 9 + 51 \times 5}{50}$

$= 31{,}6$

$Me = 26 + 10\left(\frac{25 - 16}{20}\right) = 30{,}5$

$Mo = 26 + 10\left(\frac{4}{15}\right) = 28{,}67$

A) V
B) V
C) V

Resolución de problemas

15. $9 + 2w = 17 \Rightarrow a = 5; b = 13 \wedge c = 21$
↓
4

$\overline{x} = \frac{7 \times 4 + 11 \times 8 + 15 \times 5 + 19 \times 4}{21}$

$\overline{X} = 12{,}71$

$\therefore a + b + c + \overline{X} = 51{,}71$

Clave D

16.

I_i	X_i	f_i
[13; 17⟩	15	10
[17; 21⟩	19	20
[21; 25⟩	23	22
[25; 29]	27	23
		n = 75

$\overline{X} = \frac{15 \times 10 + 19 \times 20 + 23 \times 22 + 27 \times 23}{75}$

$\therefore \overline{X} = 22{,}1$

Clave B

17.

I_i	f_i	
[0; 1⟩	4	
[1; 2⟩	8	
[2; 3⟩	11	
[3; 4⟩	15	← Mo
[4 ; 5]	12	

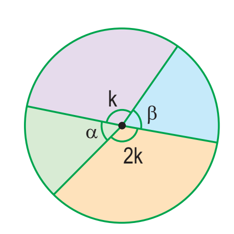
$d_1 = 15 - 11 = 4$

$d_2 = 15 - 12 = 3$

$Mo = 3 + 1 \times \left(\frac{4}{4 + 3}\right) = 3{,}57$

Clave B

18.



Sean:
y: n.° de alumnos que viven en Los Olivos.
x: n.° de alumnos que viven en San Juan de Lurigancho.

$\beta = 24\% \times 360° \Rightarrow \beta = 86{,}4°$

$\alpha = 16\% \times 360° \Rightarrow \alpha = 57{,}6°$

Luego:

$3k + 86,4° + 57,6° = 360°$

$3k = 216°$

$k = 72° \Rightarrow 2k = 144°$

Entonces:

- $144° = \dfrac{x}{500} \times 360° \Rightarrow x = 200$
- $y = 24\%(500) \Rightarrow y = 120$

Piden:

$x - y = 200 - 120 = 80$

Clave E

Nivel 3 (página 83) Unidad 4

Comunicación matemática

19.

I_i	f_i	F_i	X_i	
[0; 7⟩	4k	4k	3,5	
[7; 14⟩	5k	9k	10,5	
[14; 21⟩	7k	16k	17,5	← Me
[21; 28]	4k	20k	24,5	
	n = 20k			

$\dfrac{n}{2} = 10k$

$\overline{X} = \dfrac{3,5 \times 4k + 10,5 \times 5k + 17,5 \times 7k + 24,5 \times 4k}{20k}$

$\therefore \overline{X} = 14,35$

20. $Me = 14 + 7\left(\dfrac{10k - 9k}{7k}\right) = 15$

Razonamiento y demostración

21. El intervalo central estará en la fila:

$\dfrac{2n + 1 + 1}{2} = n + 1$ sea c el ancho de clase.

I_i	x_i
$I_1 \Rightarrow [\ ;\ \rangle$	x_1
⋮	
$I_{n-2} \Rightarrow [l; l + c\rangle$	322
$I_{n-1} \Rightarrow [l + c;\ l + 2c\rangle$	
$I_n \Rightarrow [l + 2c;\ l + 3c\rangle$	
$I_{n+1} \Rightarrow [l + 3c;\ l + 4c\rangle$	x_{n+1}
$I_{n+2} \Rightarrow [l + 4c;\ l + 5c\rangle$	446
⋮	
$I_{2n+1} \Rightarrow [\ ;\ \rangle$	

En una distribución simétrica se cumple:

$\overline{x} = Me = Mo = x_{n+1}$

Entonces:

$\dfrac{l + l + c}{2} = 322 \Rightarrow 2l + c = 644 \quad ... (1)$

$\dfrac{l + 4c + l + 5c}{2} = 446 \Rightarrow 2l + 9c = 892 ... (2)$

(2) – (1):

$8c = 248$

$c = 31 \Rightarrow l = 306,5$

$\therefore x_{n+1} = \dfrac{l + 3c + l + 4c}{2} = \dfrac{2l + 7c}{2}$

$= \dfrac{2(306,5) + 7(31)}{2}$

$x_{n+1} = 415$

A) V; B) V; C) F

22. A) V; A) V; A) F

Resolución de Problemas

23. Completando la tabla:

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[30; 50⟩	18	18	0,20	0,20
[50; 70⟩	a		0,10	0,30
[70; 90⟩	27		0,30	0,60
[90; 110]			0,40	1
	n			

$h_3 = \dfrac{27}{n}$

$0,30 = \dfrac{27}{n} \Rightarrow n = 90$

$\Rightarrow h_1 = \dfrac{f_1}{n} = \dfrac{18}{90} = 0,20$

Luego:

$h_2 = 0,10$

$\Rightarrow \dfrac{a}{90} = 0,10 \Rightarrow a = 9$

$\therefore f_2 + h_1 = 9 + 0,20 = 9,2$

Clave A

24. Completamos el cuadro:

Edades	f_i	h_i	H_i
[12; 18⟩	a = 10	0,10	0,10
[18; 24⟩	b = 30	0,30	0,40
[24; 30⟩	40	$\dfrac{40}{n}$	
[30; 36]	20	$\dfrac{20}{n}$	
	n = 100	1	

$0,10 + 0,30 + \dfrac{40}{n} + \dfrac{20}{n} = 1$

$0,40 + \dfrac{60}{n} = 1$

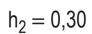
$\dfrac{60}{n} = 0,6 \Rightarrow n = 100$

Como:

$h_1 = 0,10$

$\dfrac{a}{n} = 0,10 \Rightarrow \dfrac{a}{100} = 0,10$

$a = 10$



$h_2 = 0{,}30$

$\frac{b}{n} = 0{,}30 \Rightarrow \frac{b}{100} = 0{,}30$

$b = 30$

Sea z% el tanto por ciento del total que tienen edades desde 18 hasta 30 años.

$z\% = 30\% + 40\%$

$\therefore z\% = 70\%$

Clave D

25.

Intervalos	f_i	h_i	F_i	H_i
[10; 20⟩				
[20; 30⟩				0,25
[30; 40⟩	a = 30	0,3		0,55
[40; 50⟩	25	0,25	n = 80	0,8
[50; 60]	20	0,2	100	1
	m = 100			

$h_5 = 0{,}2$

$\frac{20}{m} = 0{,}2 \Rightarrow m = 100$

$h_4 = \frac{25}{100} = 0{,}25$

$h_3 = 0{,}3$

$\frac{a}{100} = 0{,}3 \Rightarrow a = 30$

$F_4 + f_5 = 100$

$n + 20 = 100 \Rightarrow n = 80$

Además:

$f_1 + f_2 + 30 + 25 + 20 = 100$

$f_1 + f_2 = 25 \quad \therefore f_1 + f_2 + n = 105$

Clave C

26.

Edades	f_i	F_i
[20, 30⟩	k	k
[30; 40⟩	2k	3k = 60
[40; 50⟩	4k	7k
[50; 60]	8k	15k

$F_2 = 60 \Rightarrow 3k = 60$

$k = 20$

Piden: $F_3 = 7k = 7 \times 20 = 140$

Clave B

27.

I_i	f_i	h_i	X_i
[0,20; 0,40⟩	a	0,10	0,30
[0,40; 0,60⟩	b		0,50
[0,60; 0,80⟩	b		0,70
[0,80; 1]	a	0,10	0,90
	n		

$$\frac{0{,}3a + 0{,}5b + 0{,}7b + 0{,}9a}{n} = 0{,}6$$

$$1{,}2\left(\frac{a}{n}\right) + 1{,}2\left(\frac{b}{n}\right) = 0{,}6$$

$$1{,}2(0{,}1) + 1{,}2\left(\frac{b}{n}\right) = 0{,}6$$

$$1{,}2h_2 = 0{,}48 \Rightarrow h_2 = 0{,}40 > h_1$$

$$\therefore h_{i(máx.)} = 0{,}40$$

Clave E

28. Se tiene:

$$\frac{k}{50} + \frac{3k}{100} + \frac{2k}{25} + \frac{3k}{50} + \frac{k}{100} = 1$$

$$2k + 3k + 8k + 6k + k = 100$$

$$20k = 100$$

$$k = 5$$

Además, sea $a = x_{mín.}$ y c la amplitud o ancho de clase, entonces:

$\frac{a + a + c}{2} = 45 \Rightarrow 2a + c = 90$ ... (I)

$\frac{a + c + a + 2c}{2} = 55 \Rightarrow 2a + 3c = 110$ ... (II)

De (II) y (I), se tiene:

$2c = 20$

$c = 10$

$\Rightarrow a = 40$

Completamos la tabla:

I_i	X_i	h_i	$h_i\%$
[40 ; 50⟩	45	0,10	10%
[50 ; 60⟩	55	0,15	15%
[60 ; 70⟩	65	0,40	40%
[70 ; 80⟩	75	0,30	30%
[80 ; 90]	85	0,05	5%

$\frac{x}{10\%} = \frac{3}{10} \qquad \frac{y}{40\%} = \frac{6}{10}$

$x = 3\% \qquad \Rightarrow y = 24\%$

$\therefore 3\% + 15\% + 24\% = 42\%$

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 87) Unidad 4

Comunicación matemática

1. $\binom{4}{3}\times\binom{5}{2}=\frac{4!}{1!\times 3!}\times\frac{5!}{3!\times 2!}=40$

2. $\binom{4}{2}\times\binom{5}{3}=\frac{4!}{2!\times 2!}\times\frac{5!}{3!\times 2!}=60$

3. $\binom{4}{4}\times\binom{5}{1}=5$

Razonamiento y demostración

4. 6 ómnibus

I. $6\times 5=30$ ...(V)

II. $5\times 5=25$ ...(V)

III. $6+3=9$ ...(F)

Clave B

5.

A) F

$P_1=1!=1$

$P_2=2!=2$

$\Rightarrow P_1+P_2=3<P_3=6$

B) V

$C_1^2=\frac{2!}{(2-1)!\times 1!}=2$

$\Rightarrow C_1^2+3=2+3=5$

C) V

$4P_3=4\times 3!=4!$

Resolución de problemas

6. De los 6 jugadores, 1 no varía.
Las formas diferentes serán:
$5!=120$

Clave C

7. $C_3^{10}=\frac{10!}{7!\,.\,3!}=120$

Clave C

8. $C_2^3\times C_3^5=3\times 10=30$

Clave C

9. $C_1^2\times C_4^5=2\times 5=10$

Clave B

10. Se observa que importa el orden de colocación de las vocales, es una variación:

$V_5^5=\frac{5!}{(5-5)!}=\frac{5!}{0!}=120$

Clave E

Nivel 2 (página 87) Unidad 4

Comunicación matemática

11. $\binom{13}{4}=\frac{13!}{9!\times 4!}=715$

12. $\binom{13}{3}=\frac{13!}{10!\times 3!}=286$

Razonamiento y demostración

13. $C_3^m=84$

$\frac{m!}{(m-3)!\times 3!}=84$

$\frac{(m-3)!\times(m-2)\times(m-1)\times m}{(m-3)!\times 3!}=84$

$(m-2)\times(m-1)\times m=7\times 8\times 9$

$\Rightarrow m=9$

$\therefore 9^{10}=(\overset{\circ}{2}+1)^{10}=\overset{\circ}{2}+1$

14. Como $p>0$ y además:

$C_p^m=V_p^m$

$\frac{m!}{(m-p)!\times p!}=\frac{m!}{(m-p)!}$

$p!=1\Rightarrow p=1$

$\therefore \frac{n!}{n^p}=\frac{n!}{n}=(n-1)!\in\mathbb{N}$

Resolución de problemas

15. De un grupo de 5 personas, una comisión de tres personas:

$C_3^5=\frac{5!}{3!\,.\,2!}=10$

Clave D

16. Se tienen 4 hombres y 3 mujeres, entonces:

1.^{er} caso: M M → $C_2^3=3$

2.^{o} caso: V M → $4\times 3=12$

El número de formas diferentes será: 3 + 12 = 15

Clave B

17. Una vez seleccionado el grupo de 3 colores de los 5 distintos, estos pueden permutar:

$C_3^5\times 3!=60$

Clave D

18. Importa el orden de las cifras en el número.

$V_3^6=\frac{6!}{(6-3)!}=\frac{6.5.4.3!}{3!}$

$V_3^6=120$

Por lo tanto, se pueden formar 120 números.

Clave C

19. Importa el orden para las señales.

$$V_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60$$

Por lo tanto, se pueden hacer 60 señales.

Clave C

20. $V_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6.5.4.3.2!}{2!}$

$V_4^6 = 360$

Por lo tanto, se pueden formar 360 palabras.

Clave B

Nivel 3 (página 88) Unidad 4

Comunicación matemática

21. $\binom{16}{2} = \frac{16!}{14! \times 2!} = 120$

22. $\binom{16}{2} + \binom{16}{2} = 120 + 120 = 240$

Razonamiento y demostración

23. $C_{p+2}^8 = 2C_{p+1}^8$

$$\frac{8!}{(6-p)! \times (p+2)!} = \frac{2 \times 8!}{(7-p)! \times (p+1)!}$$

$$\frac{(7-p) \times (6-p)! \times (p+1)!}{(6-p)! \times (p+2) \times (p+1)!} = 2$$

$$\frac{7-p}{p+2} = 2$$

$7 - p = 2p + 4$

$3 = 3p \Rightarrow p = 1$

Luego, como $n \in \mathbb{N}$, entonces::

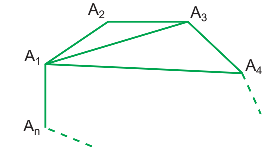
$\Rightarrow (n+4)! = 3! \times 4 \times ... \times (n+4)$

$$\therefore \frac{(n+4)!}{3} = \frac{3! \times 4 \times ... \times (n+4)}{3}$$

$= 1 \times 2 \times 4 \times ... \times (n+4) \in \mathbb{N}$

24. Sean los n vértices del polígono regular: A_1; A_2; ...; A_n, entonces cada segmento es determinado por un par de puntos:

$\overline{A_1A_2}$; $\overline{A_1A_3}$; ...



Entonces el número de segmentos determinados será: incluidos los lados y las diagonales.

Luego:

n.° de diagonales $= C_2^n -$ n.° de lados

n.° de diagonales $= \frac{n}{(n-2)! \times 2!} - n$

n.° de diagonales $= \frac{n(n-1)}{2} - n$

n.° de diagonales $= \frac{n \times (n-3)}{2}$

Resolución de problemas

25. Sean n el número de personas que asistieron a la fiesta.

n.° de apretones de mano $= C_2^n$

Entonces:

$C_2^n = 105$

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = 105$$

$n(n-1)(n-2)! = 105 . 2! . (n-2)!$

$n(n-1) = 210$

$n(n-1) = 15(15-1)$

$\therefore n = 15$

Clave A

26.

- Si contesta 7, como las dos primeras son obligatorias, falta escoger 5 preguntas de las 8 restantes:

  $C_5^8 =$ 56 formas

- Si solo debe contestar 3 de las 6 primeras:

  $C_3^6 =$ 20 formas

  Las otras 4 la escoge de las 4 últimas:
  $C_4^4 =$ 1 forma

  En total: $20 \times 1 = 20$ formas

Clave A

27. $\overline{a\,b\,c}$

↓ ↓ ↓

9 9 8

$\Rightarrow 9 \times 9 \times 8 = 648$

Clave E

28. Cifras pares {2; 4; 6}

$\overline{a\,b}$

↓ ↓

3 2

$\Rightarrow 3 \times 2 = 6$

Clave B

29. Cifras impares {1; 3; 5; 7}

$\overline{a\,b}$

↓ ↓

4 3

$\Rightarrow 4 \times 3 = 12$

Clave A

30. Como siempre utilizó el verde y el azul, solo queda por tomar de los 7 restantes uno:

$C_1^7 = 7$

Por lo tanto, se forman 7 tríos diferentes.

Clave C

PRACTIQUEMOS

Nivel 1 (página 91) Unidad 4

Comunicación matemática

1.

2.

3.

Razonamiento y demostración

4.

A) F

$n(\Omega) = 6^2 = 36$

B) F

$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

C) F

$\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0,5$

5.

A) F

$n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

B) V

{CSS; SCS; SSC}

$\frac{3}{8}$

C) F

$\frac{3}{8}$

Resolución de problemas

6. $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A = \{3; 4; 5; 6\}$

$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Clave D

7. $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A = \{2\}$

$P(A) = \frac{1}{6}$

Clave E

8. $\Omega = \{SC; SS; CC; CS\}$

$A = \{SC; CS\}$

$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Clave A

9. A: se extrae una bola roja

$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Clave D

10. A: se extrae una ficha de color rojo.

$P(A) = \frac{7}{16}$

Clave E

Nivel 2 (página 91) Unidad 4

Comunicación matemática

11. $\frac{5}{9}$

12. $\frac{4}{9}$

Razonamiento y demostración

13.

A) V

$\Omega = \{(1; S); (2; S); (3; S); (4; S); (5; S); (6; S);$
$(1; C); (2; C); (3; C); (4; C); (5; C); (6; C)\}$

$n(\Omega) = 12$

B) V

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

C) F

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

14.

A) F

$n(\Omega) = C_2^{a+b}$

B) F

$\frac{C_2^b}{C_2^{a+b}}$

C) V

$\frac{C_2^a}{C_2^{a+b}}$

Resolución de problemas

15. $n(\Omega) = 36$

$A = \{(1; 2), (3; 2), (4; 2), (5; 2), (6; 2),$
$(2; 1), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6)\}$

$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

Clave D

16. $\frac{C_3^8 C_3^{12}}{C_6^{20}} = \frac{56 \times 220}{38\,760} = \frac{308}{969}$

Clave C

17. $\frac{C_1^3 \times C_3^9}{C_4^{12}} + \frac{C_2^3 \times C_2^9}{C_4^{12}} + \frac{C_3^3 \times C_1^9}{C_4^{12}} = \frac{369}{495} = \frac{41}{55}$

Clave C

18. $\Omega = \{1; 2; ... ; 20\}$

$A = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$

$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$

Clave C

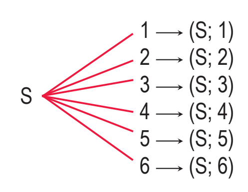
19. $n(\Omega) = 36$

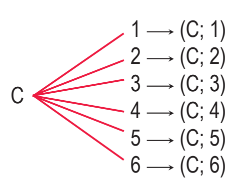
$A = \{(1; 1); (1; 2); (1; 4); (1; 6); (2; 1); (2; 3); (2; 5);$
$(3;2); (3;4); (4;1); (4;3); (5;2); (5;6); (6,1); (6;5)\}$

$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

Clave B

20.





$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Clave C

Nivel 3 (página 92) Unidad 4

Comunicación matemática

21. $\frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$

22. $\frac{2! \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$

Razonamiento y demostración

23.

A) V

$n(\Omega) = C_r^N$

B) F

$\frac{C_k^n \times C_{r-k}^{N-n}}{C_r^N}$

C) V

$\frac{C_r^n}{C_r^N}$

24. Sea $n = n(\Omega)$ y $m = n(A)$.

Como A es cualquier evento de Ω, entonces:

$A = \varnothing$ o $A = \Omega$

Si $A = \varnothing$: $P(A) = 0$ $(m = 0)$

Si $A = \Omega$: $P(A) = 1$ $(m = n)$

Luego, se cumple:

$0 \leq m \leq n$

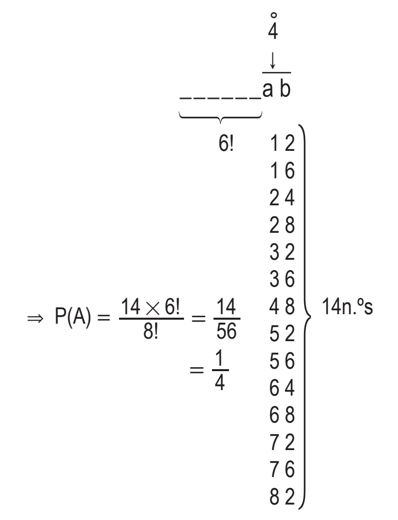
$0 \leq \frac{m}{n} \leq 1$

$0 \leq P(A) \leq 1$

Resolución de problemas

25. $n(\Omega) = 8!$

$A = \{...; 12; ...; 32; ...\}$



$\Rightarrow P(A) = \dfrac{14 \times 6!}{8!} = \dfrac{14}{56}$

$= \dfrac{1}{4}$

Clave A

26. $\dfrac{2 \times 6! \times 4!}{10!} = \dfrac{1}{105}$

Clave C

27. $\dfrac{C_5^8 C_4^4}{C_9^{12}} = \dfrac{14}{55}$

Clave A

28. $n(\Omega) = 5! = 120$

$n(A) = 1$; $A = \{\text{sport}\}$

$P(A) = \dfrac{1}{120}$

Clave A

29. $n(\Omega) = 9 \times 10^5$

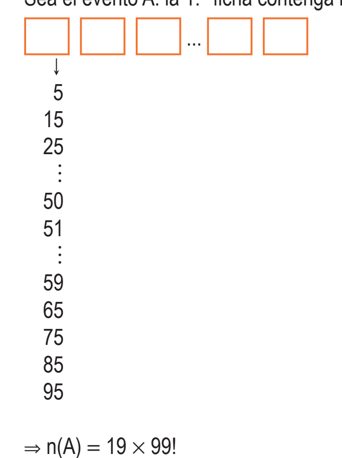
$n(A) = 9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 136\,080$

$P(A) = \dfrac{136\,080}{900\,000} = 0{,}151$

Clave E

30. $n(\Omega) = 100!$

Sea el evento A: la 1.ª ficha contenga la cifra 5.



$\Rightarrow n(A) = 19 \times 99!$

Luego:

$P(A) = \dfrac{19 \times 99!}{100!} = \dfrac{19}{100} = 0{,}19$

Clave C

MARATÓN MATEMÁTICA (página 94)

1.

I_i	f_i	F_i
[2; 5⟩	13	13
[5; 8⟩	15	28
[8; 11⟩	11	39
[11; 14⟩	9	48
[14; 17]	2	50
	n = 50	

← Mo y Me

$d_1 = 15 - 13 = 2$

$d_2 = 15 - 11 = 4$

$\Rightarrow \text{Mo} = 5 + 3\left(\dfrac{2}{2+4}\right) = 6$

Clave C

2. $\dfrac{n}{2} = 25$

$\text{Me} = 5 + 3\left(\dfrac{25 - 13}{15}\right) = 7{,}4$

Clave E

3. $F_3 + F_5 = 39 + 50 = 89$

Clave A

4. $\dfrac{C_2^7}{C_2^{12}} = \dfrac{21}{66} = \dfrac{7}{22}$

Clave D

5. $\dfrac{C_2^5}{C_2^{12}} = \dfrac{10}{66} = \dfrac{5}{33}$

Clave C

6. $\dfrac{C_1^7 \times C_1^5}{C_2^{12}} = \dfrac{35}{66}$

Clave B

7. $C_4^{17} = 2380$

Clave D

8. $C_6^{11} + C_4^{11} \times C_1^2 + C_2^{11} = 1177$

$462 + 660 + 55 = 1177$

Clave E

9. $C_1^2 \times C_5^{14} + C_6^{14} = 4004 + 3003 = 7007$

Clave A

10. $C_1^4 \times C_1^8 + C_1^6 = 38$

Clave D

11. Sea a y b dos números:

$\overline{MG}(a; b) = 4$

$\sqrt{ab} = 4 \Rightarrow a \,.\, b = 16$ ...(1)

$\overline{MH}(a; b) = \dfrac{32}{17}$

$\dfrac{2}{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}} = \dfrac{32}{17}$

$\dfrac{2ab}{a+b} = \dfrac{32}{17}$

$\dfrac{2(16)}{a+b} = \dfrac{32}{17}$

$\Rightarrow a + b = 17$ ...(2)

De (1) y (2):

$\Rightarrow (a = 1 \wedge b = 16) \vee (a = 16 \wedge b = 1)$

El menor de los números es: 1

Clave A

12. Sea a y b dos números:

$\dfrac{2}{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}} = \dfrac{112}{15}$ ...(1)

$a - b = 1$ (dato)

$a = b + 1$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$15(b^2 + b) = 56(2b + 1)$

$15b^2 + 15b = 112b + 56$

$15b^2 - 97b - 56 = 0$

b −7

15b +8

$\Rightarrow b = 7$

Reemplazando el valor de b en (2):

$a = 8$

Piden: $\dfrac{b}{a} = \dfrac{7}{8}$

Clave B

13. $\dfrac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{30}}{30} = 20$

$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{30} = 600$ ...(1)

Si queremos que alguno de ellos tenga la máxima edad, entonces el resto (29) deben tener la mínima edad.

mínima edad = 18 (enunciado) ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$18(29) + x = 600$

$522 + x = 600$

$\therefore\ x = 78$ años

Clave E